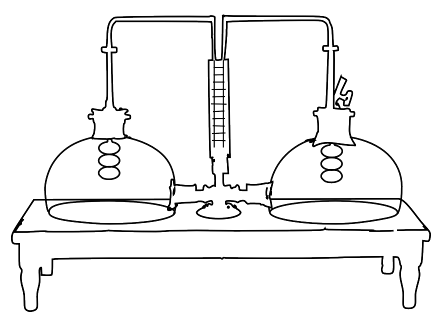
Thermodynamique de l'ingénieur

Olivier Cleynen – 9 avril 2014

Cours 4
Le gaz parfait



We are such stuff / As dreams are made on,
and our little life / Is rounded with a sleep.
PROSPERO – *The Tempest, IV, i*

~ nota bene ~

- Ces diapositives servent de support en classe ; elles n’ont pas vocation de remplacer un polycopié (ou un bon livre!)
- Certaines diapositives paraîtront inévitablement ambiguës ; attention à ne pas les interpréter sans l’aide des documents de cours.

Vos retours d'opinion sont les bienvenus :

olivier.cleynen@ariadacapo.net

Ces documents de cours sont téléchargeables
à l'adresse

http://thermo.ariadacapo.net/

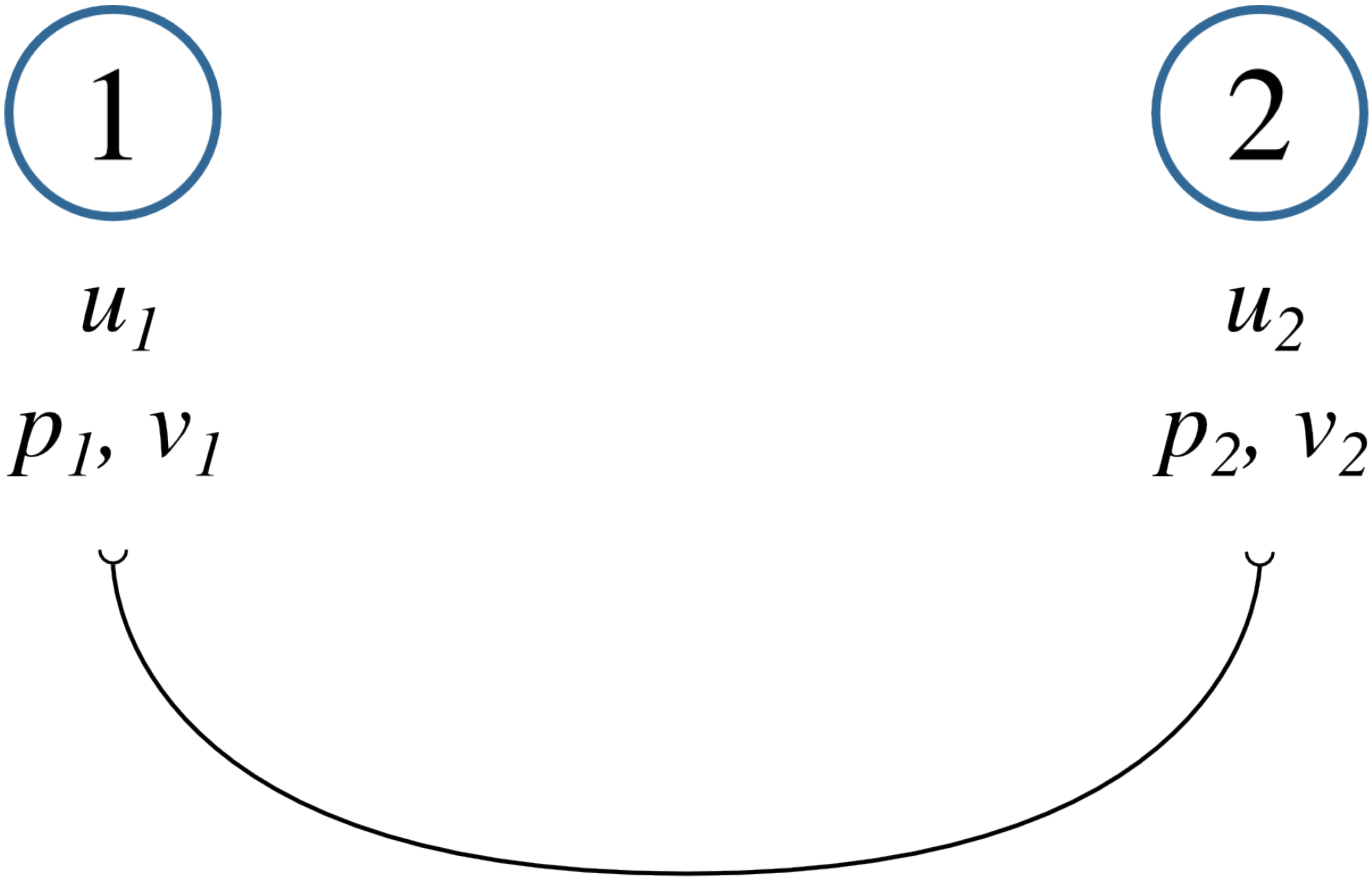
Ce document est publié
sous licence Creative Commons.

Certains documents sont le fruit du travail des auteurs indiqués au bas des diapositives, et publiés sous licence compatible.

Le reste est ©2009-2014 CC by-sa Olivier Cleynen
Vous êtes invité/es à copier, modifier, et ré-utiliser ce document sous quelques conditions simples :
https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr

4.0 Introduction :
À quoi sert ce cours ?


1
2



$$q + w = \Delta u \quad \text{(SF)}$$

$$q + w = \Delta h \quad \text{(SO)}$$

Nous voulons :

- Décrire le comportement de l'air (« *p v puissance quoi* »)
- Prévoir les valeurs de u et h pour l'air.

4.1 Définition

Liste des gaz parfaits

- Aucun

Le gaz parfait est *un modèle mathématique*,

permettant de prédire
la température d'un gaz
en fonction de sa pression

4.1.1 Le manomètre comme thermomètre

~ eh ? ~

CC-0 Olivier Cleynen

CC by-sa Wikimedia Commons User :barfisch

$$T \sim p$$

$$T \sim \frac{1}{\rho}$$

$$T = \frac{k}{\rho} p$$

4.1.2 Définition : équation d'état

Le gaz parfait

$$p\,\nu = k\,T$$

utile !

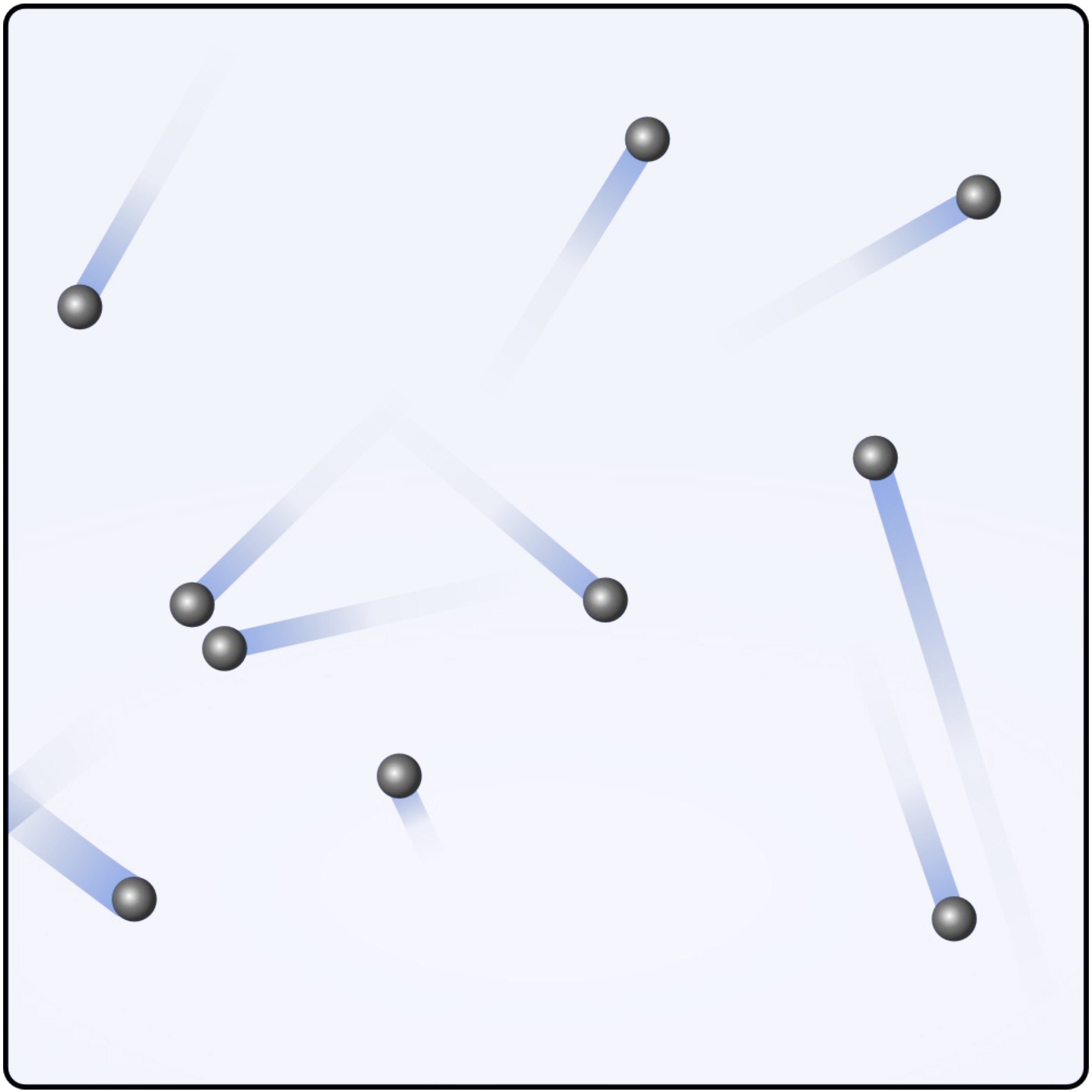
$$p\,v = R\,T$$

$$p\,V = m\,R\,T$$

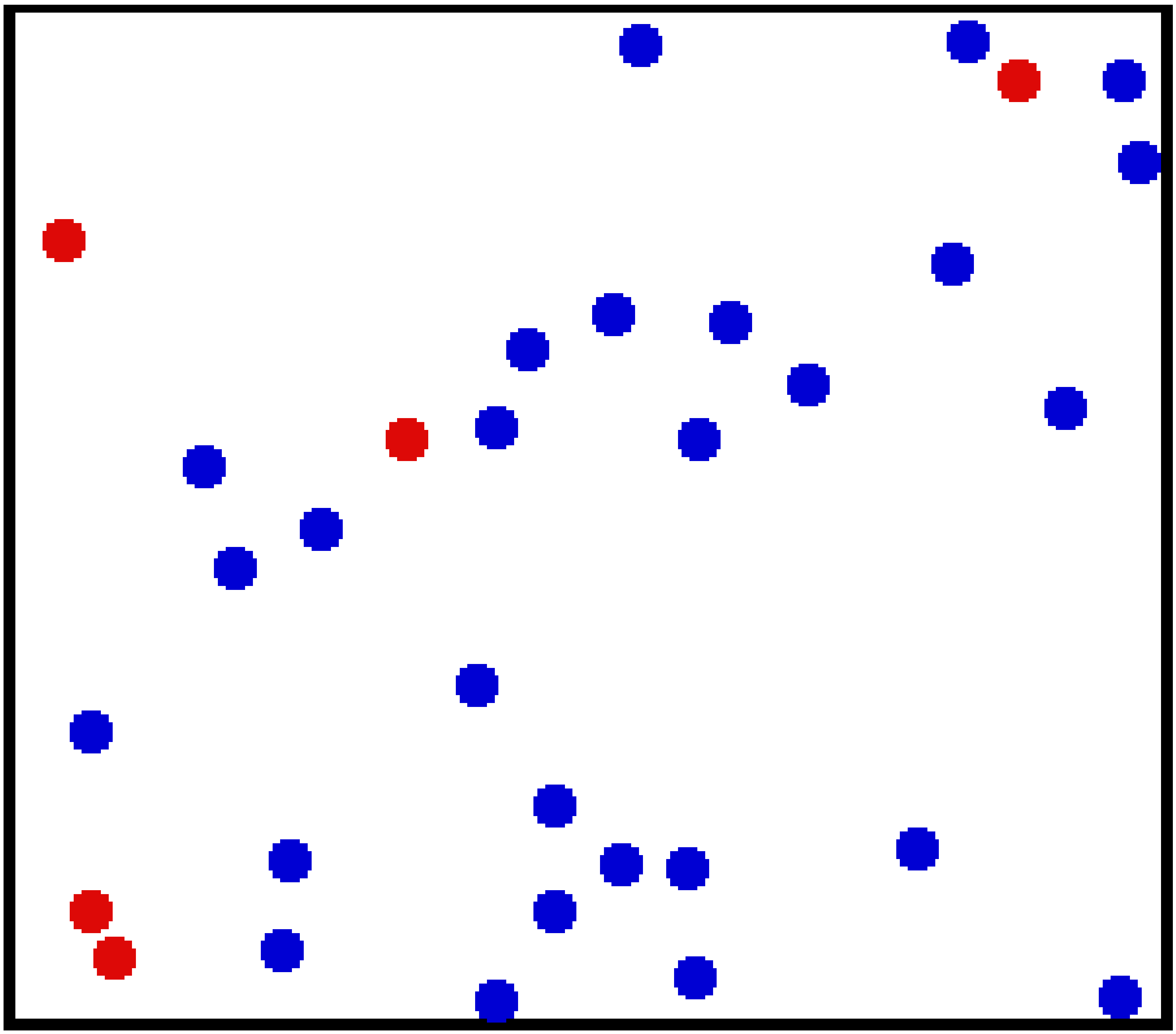
(4/1) (4/2)

Par définition, pour ce que nous appellerons « gaz parfait »

4.1.3 Que représente un gaz parfait ?



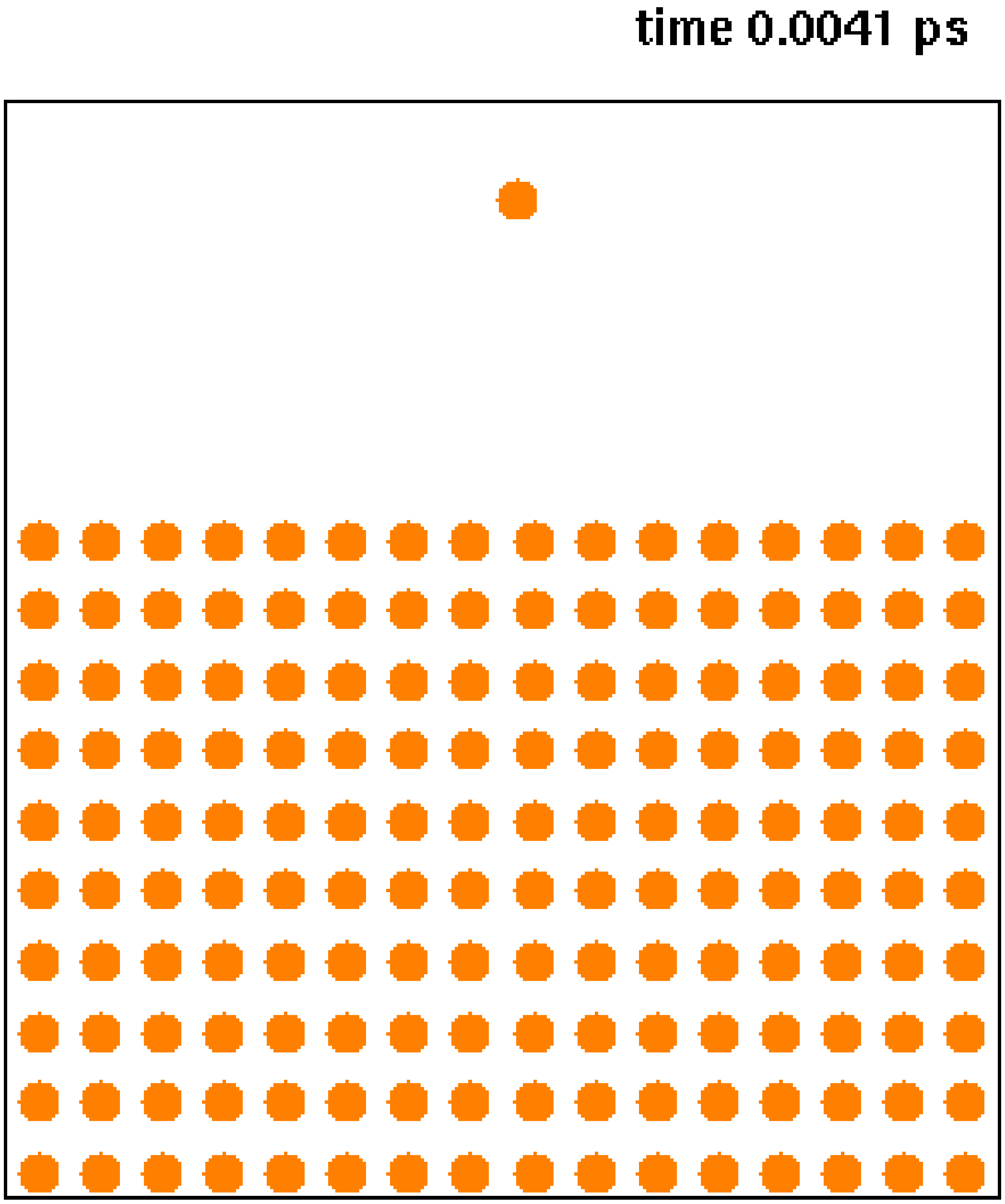
Dérivé d’un schéma CC by-sa WCU :Sharayanan



CC by-sa A.Greg

4.1.4 Que ne représente *pas* un gaz parfait ?

(160 + 1) atomes de cuivre à 0K



PD WCU :Knordlun

CC by-sa W:Aney

Le modèle du gaz parfait s’effondre lorsque :

- Les molécules se percutent à basse vitesse (faible température)
- L’espace moyen entre les molécules est faible (faible volume spécifique)
- Les molécules ont une géométrie complexe

Fort heureusement

Dans notre champ d'applications,

L'air se comporte comme un gaz parfait

$R = 287\ J/(kg \cdot K)$

4.1.4 Limites du modèle

$$p V = m R T$$

Van der Waals, 1910

$$p = \frac{(R\,T)}{\nu}$$

$$p = \frac{(R\,T)}{\nu} - \frac{a}{\nu^2}$$

$$p = \frac{(R\,T)}{\nu - b} - \frac{a}{\nu^2}$$

Culture Générale

$$\left(p + \frac{a}{\nu^2}\right)(\nu - b) = R\,T$$

(4/3)

Beattie & Bridgeman, 1928

Culture Générale

$$p = \frac{R\,T}{\nu^2}\left(1 - \frac{a}{\nu\,T^3}\right)(\nu + b) - \frac{c}{\nu^2}$$

$$c = d\left(1 - \frac{e}{\nu}\right) \qquad b = f\left(1 - \frac{g}{\nu}\right)$$

Benedict, Webb & Rubin, 1940

Culture Générale

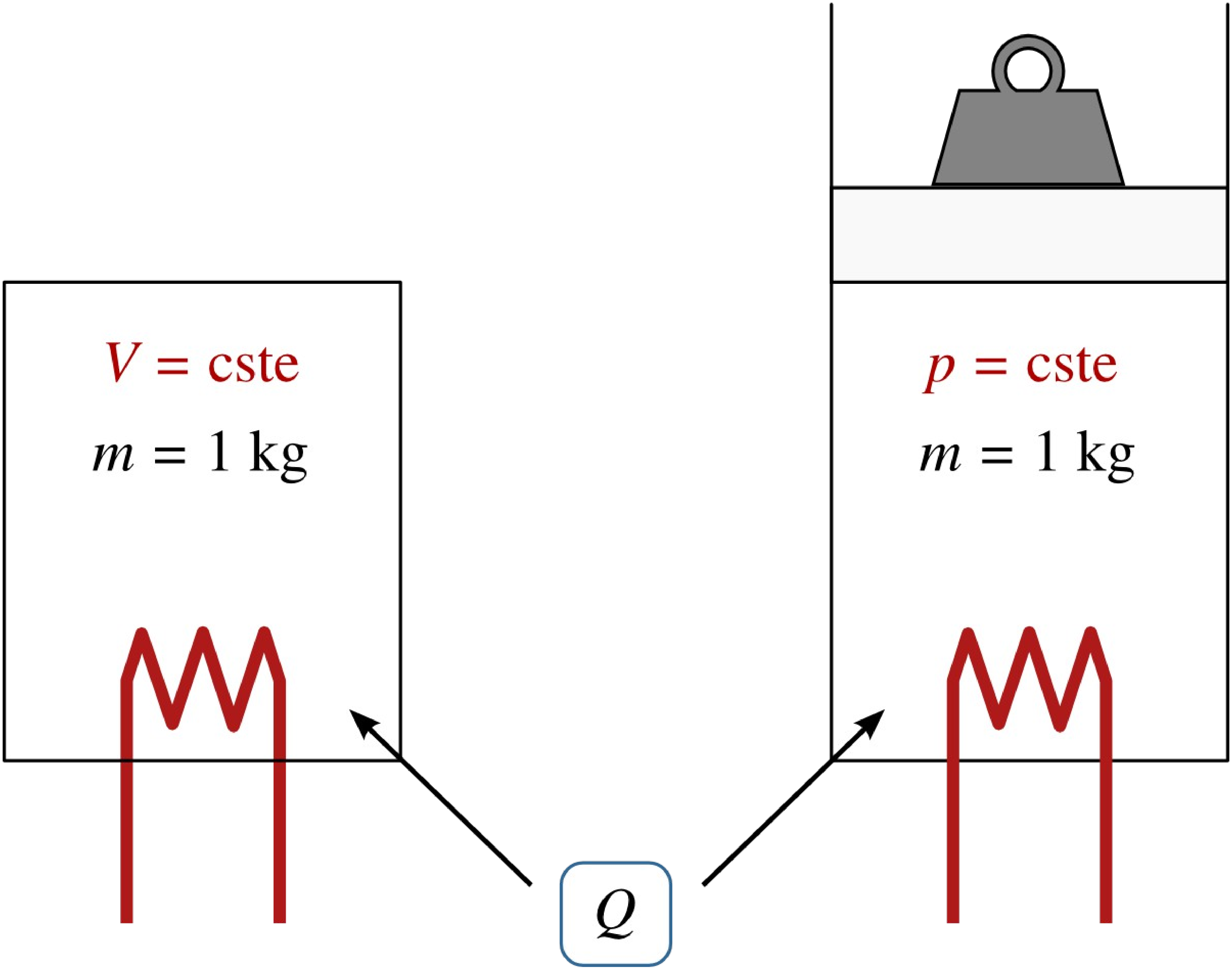
$$p = \frac{R\,T}{v} + \frac{1}{v^2}\left(a\,R\,T - b - \frac{c}{T^2}\right) + \frac{1}{v^3}\left(d\,R\,T - e\right) + \frac{f}{v^6} + \frac{g}{v^3\,T^2}\left(1 + \frac{\gamma}{v^2}\right) e^{-\frac{\gamma}{v^2}}$$

4.2 Propriétés des gaz parfaits

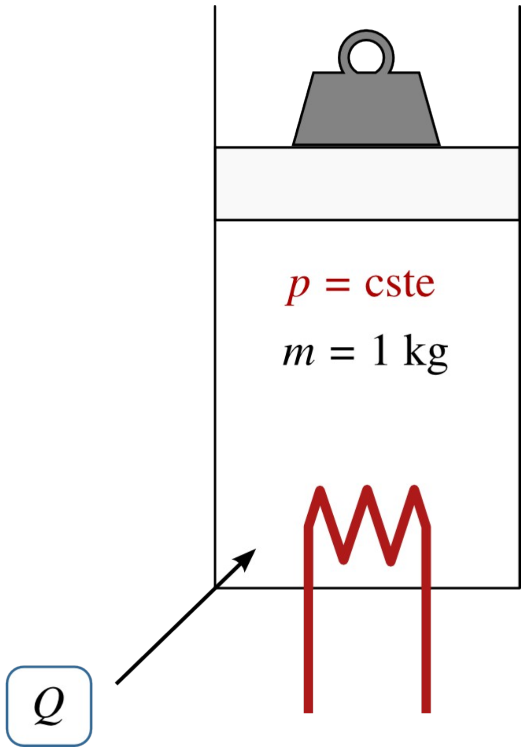
4.2.1
Deux capacités calorifiques importantes

$$\mathrm{d}Q = c\, m\, \mathrm{d}T$$

$$c\, m = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}$$

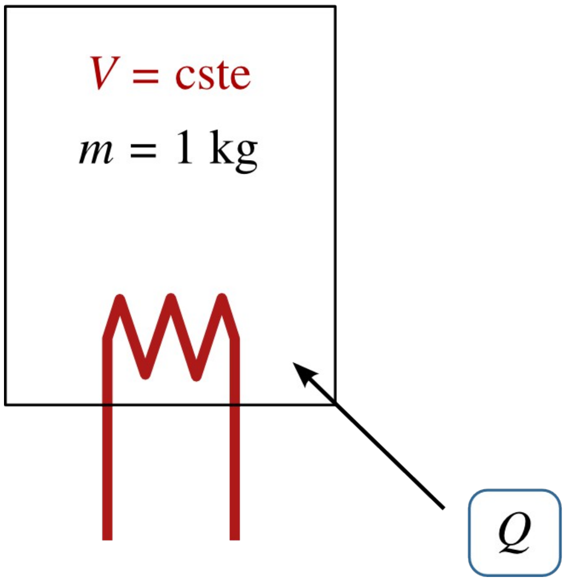

V = cste
m = 1 kg
p = cste
m = 1 kg
Q

À pression constante



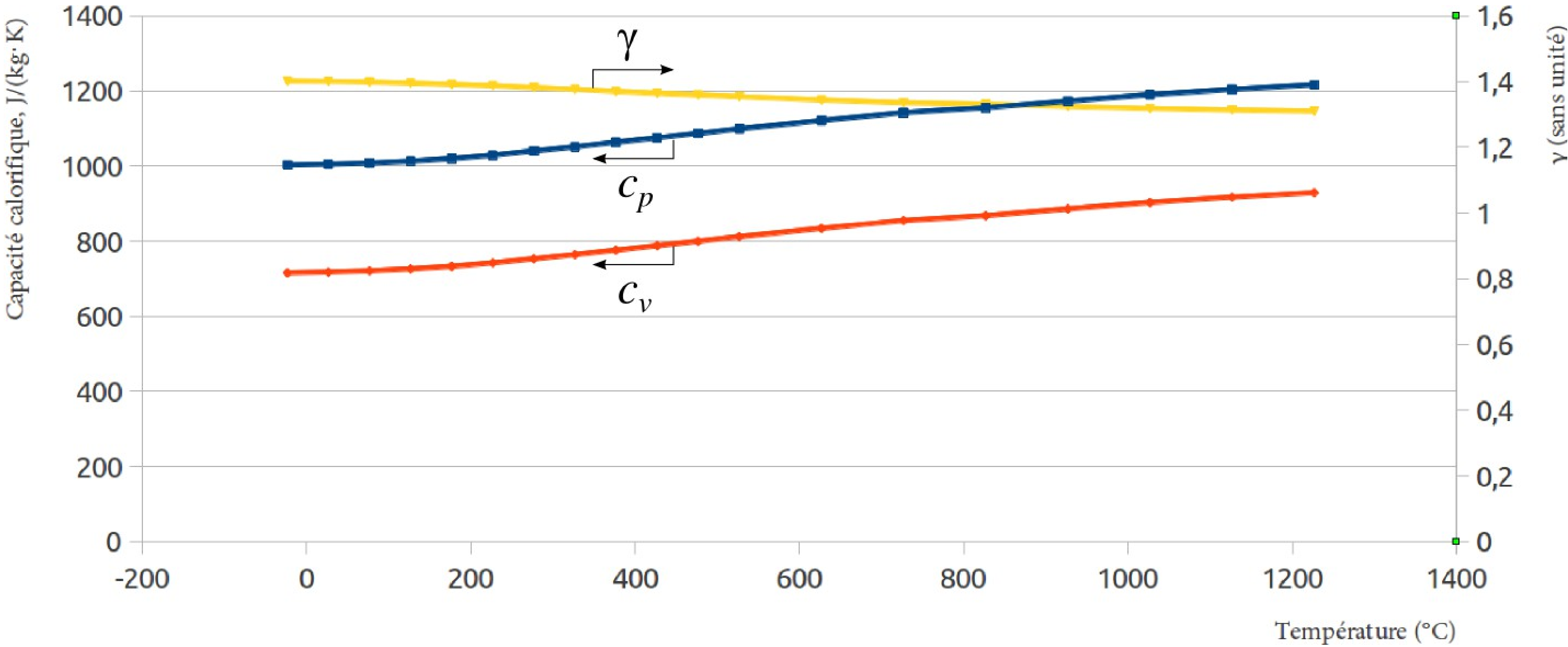
$$Q = m\, c_p\, (T_2 - T_1)$$

À volume constant



$$Q = m\, c_v \,(T_2 - T_1)$$

Propriétés thermiques de l’air



4.2.2 Différence des chaleurs massiques

$$c_p - c_v = R \tag{4/8}$$

4.2.3 Quotient des chaleurs massiques

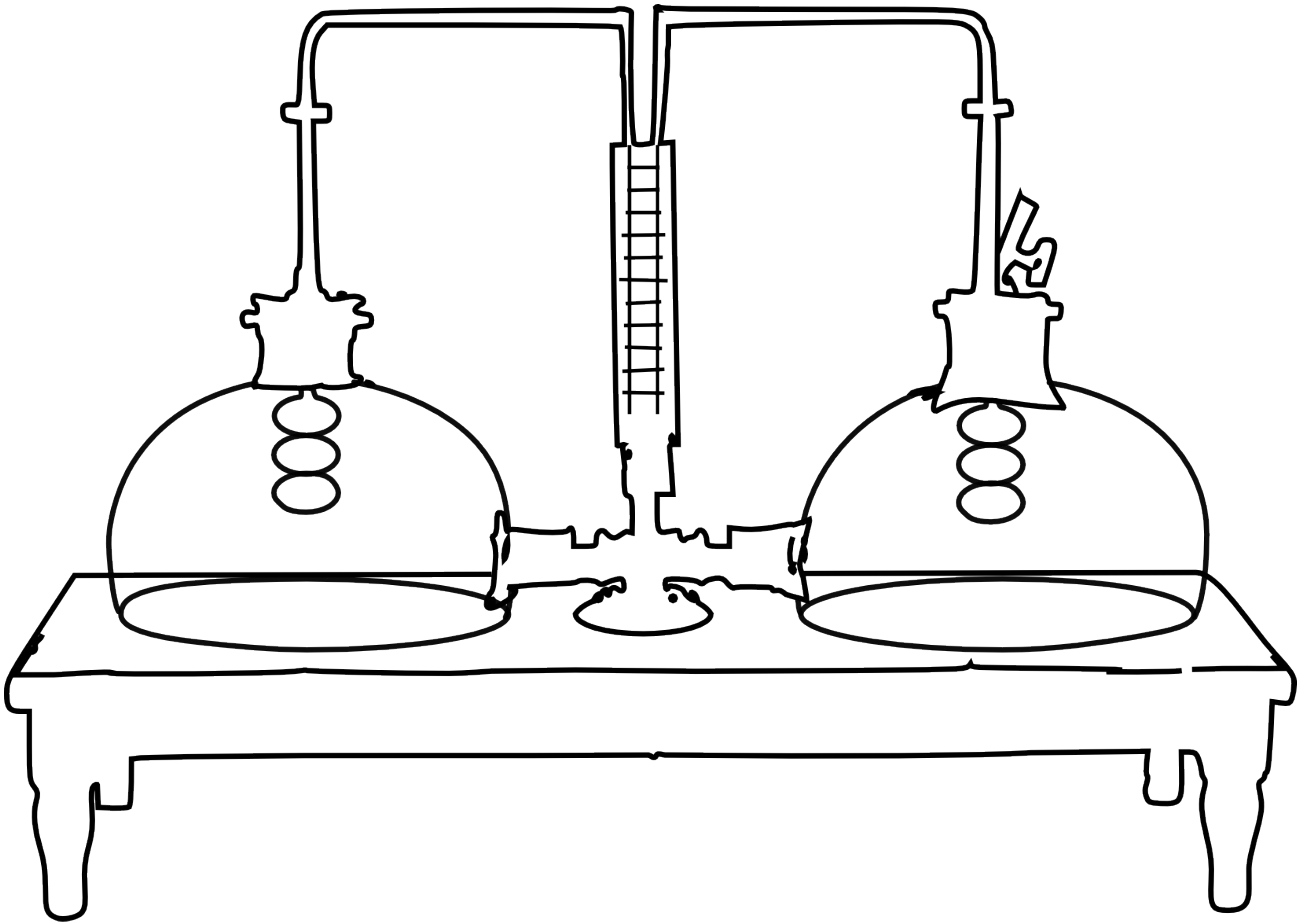
$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} \tag{4/9}$$

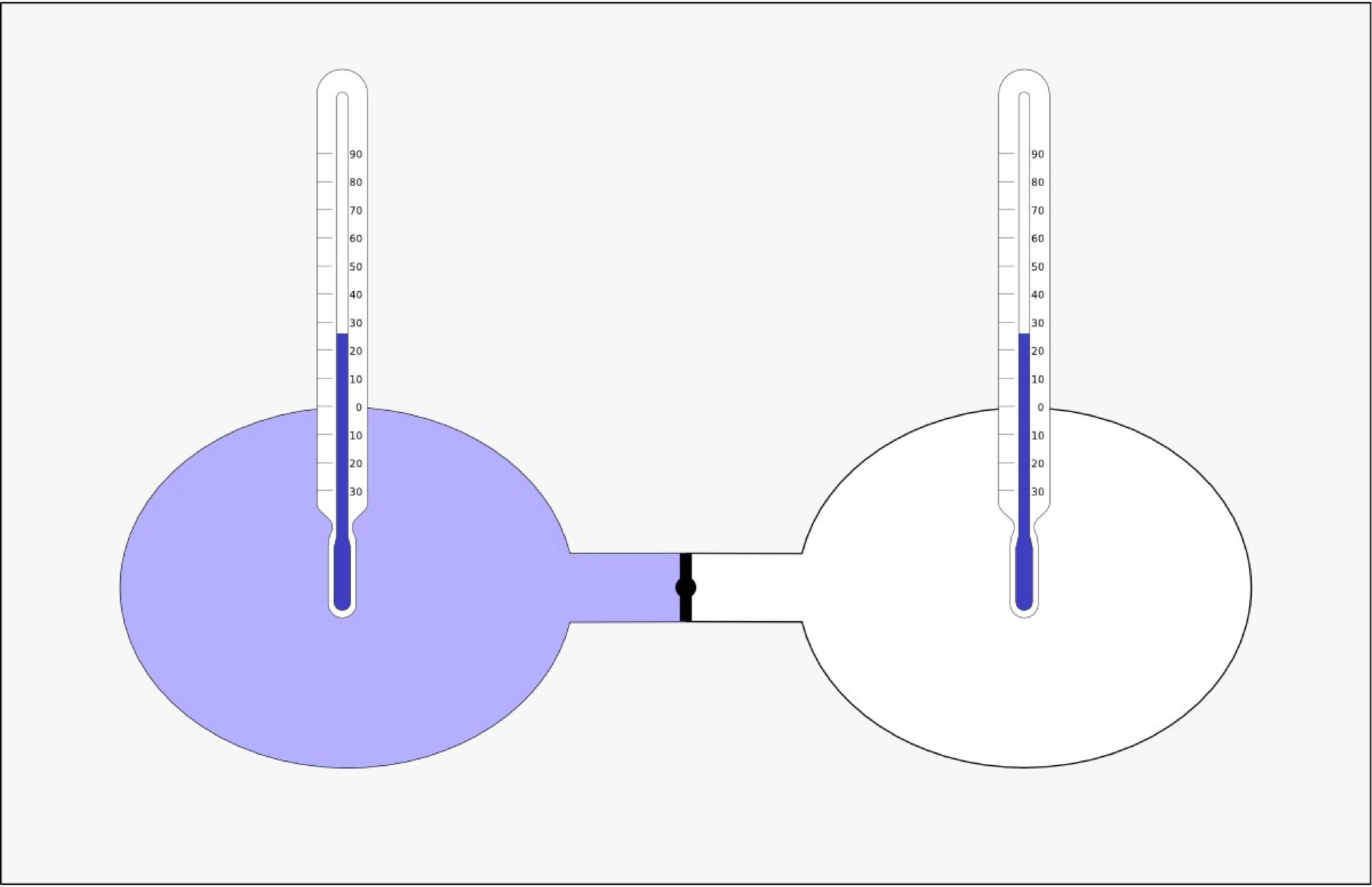
4.3 Énergie et température

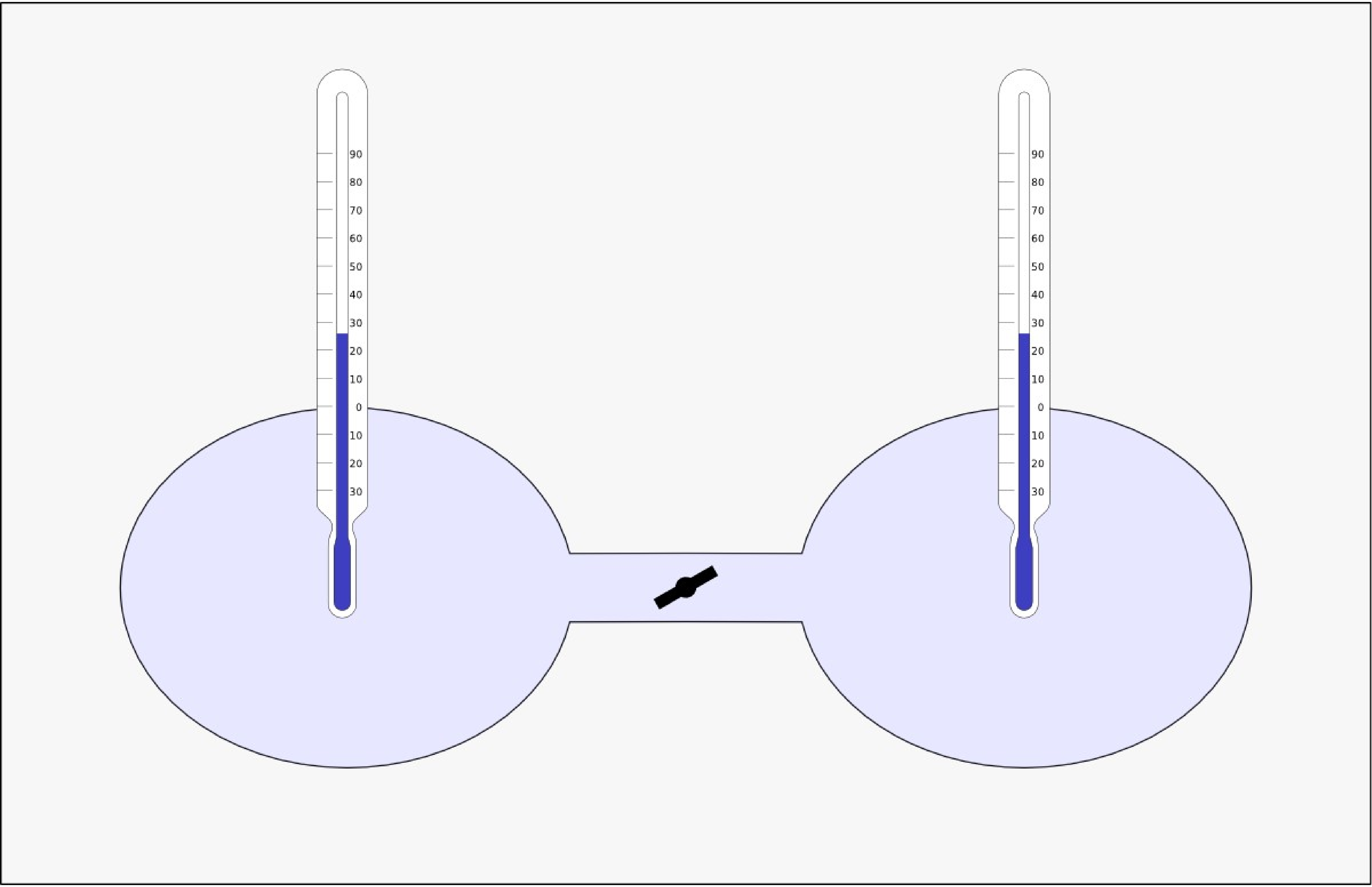
4.3.1 La loi de Joule

u

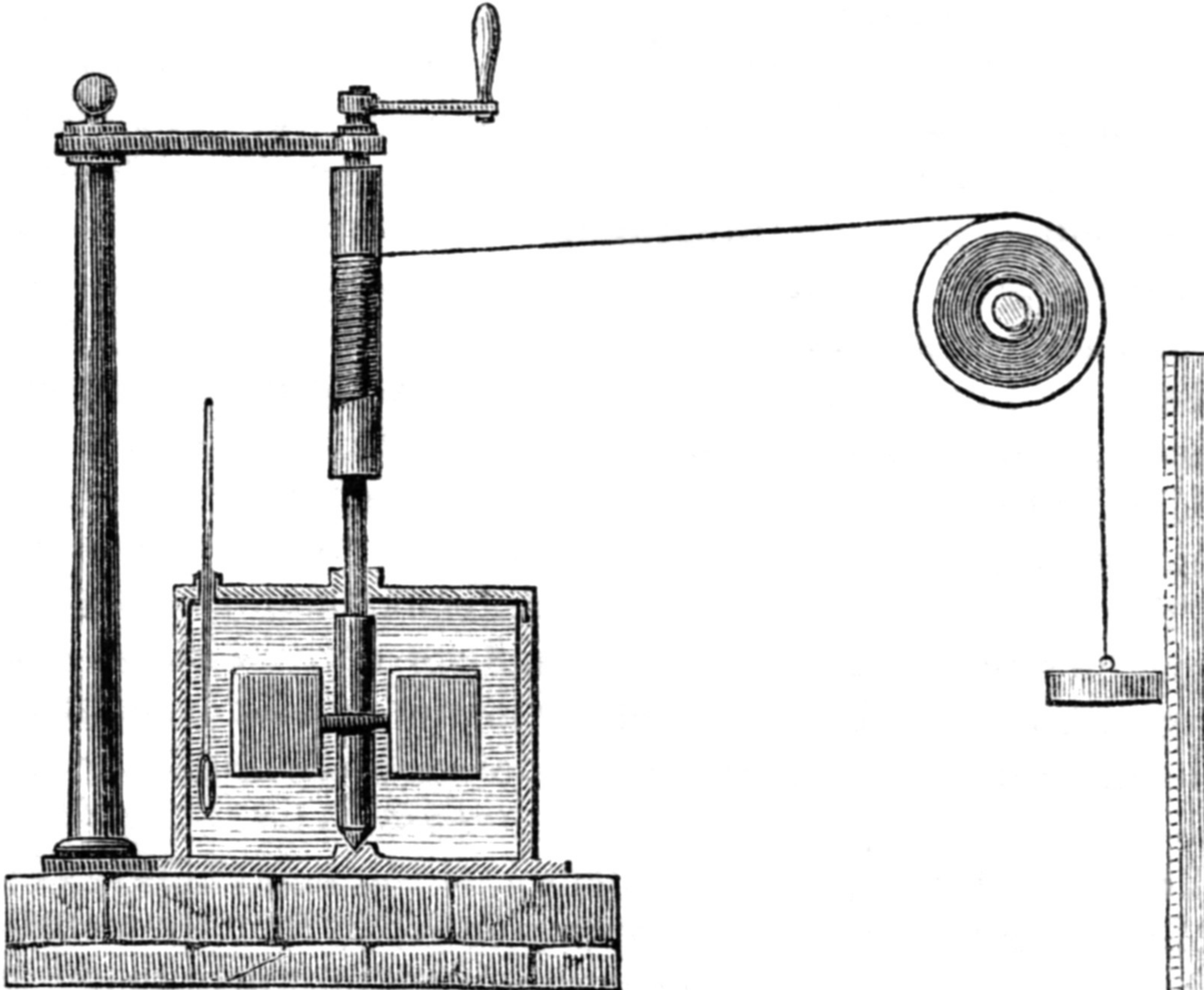
T




90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30



90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30



PD [1869]

$$u = f(T)$$

“L’énergie interne d’un gaz parfait
ne dépend que de sa température.”

“La température d’un gaz parfait
ne varie qu’avec son énergie interne”

Principe de Joule...

$$\mathrm{d}u = \mathrm{d}q + \mathrm{d}w$$

$$= \mathrm{d}q \qquad \text{à volume constant}$$

$$= c_v \, \mathrm{d}T$$

$$u = c_v \, T + k$$

Le principe de Joule

utile !

$$u = c_v\, T$$

(4/11)

Vrai <u>pour toute évolution</u>*

*d'un gaz parfait (ne fonctionne pas pour l'eau)

4.3.2 Enthalpie d’un gaz parfait

$$h \equiv u + p\,v$$

$$u = c_{\nu}\,T \qquad\qquad p\,\nu = R\,T$$

$$h = \left(c_{\nu} + R\right) T$$

utile !

$$h = c_p T$$

(4/11)

4.3.3 Interlude : que retenir du gaz parfait ?

Nos trois principales formes d'énergie

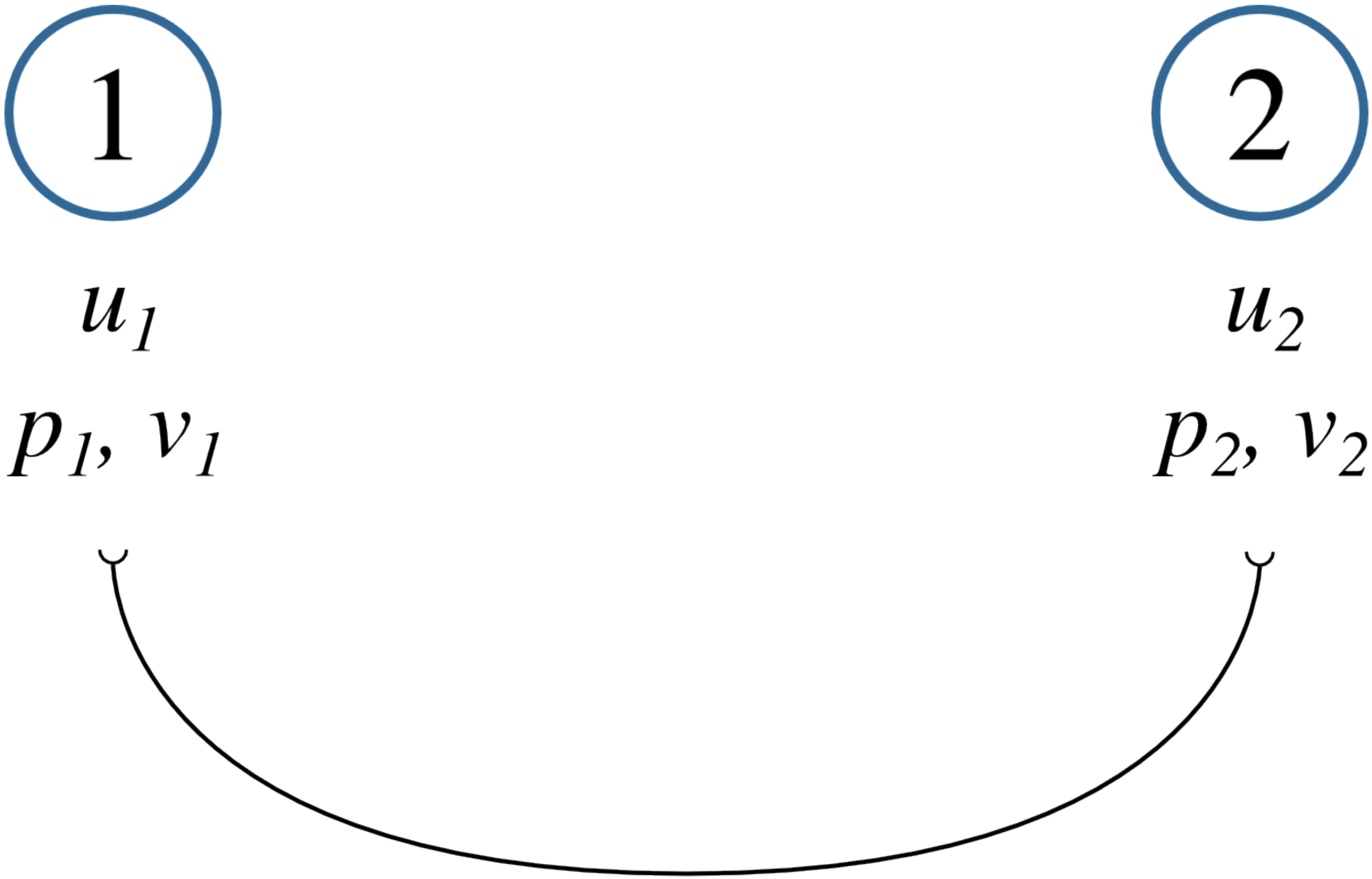
u pv h

sont chacune proportionnelles à la température

$$u = c_v T$$

$$p v = R T$$

$$h = c_p T$$



$$q + w = \Delta u \quad \text{(SF)}$$

$$q + w = \Delta h \quad \text{(SO)}$$

4.4
Transformations élémentaires

4.4.1 À quoi sert ce chapitre ?

Ces transformations :

- Servent d'exercices de gymnastique pour visualiser le comportement (complexe!) des gaz
- Serviront de *pièces de puzzle* aux cours 7 et 10
- Valent donc la peine d'être étudiées...

w

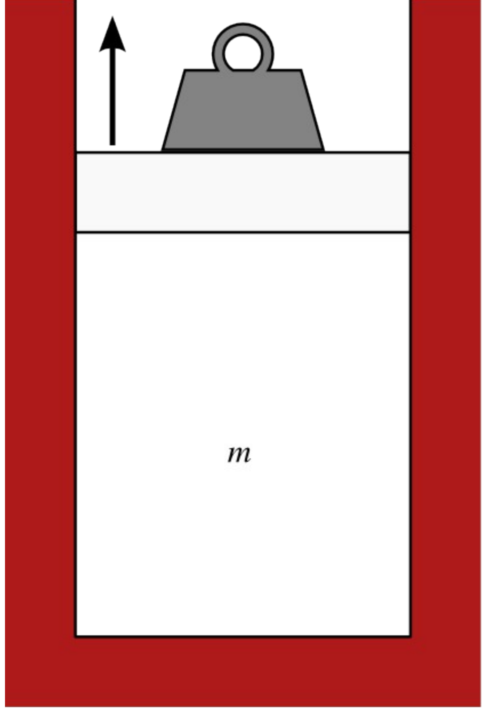
q

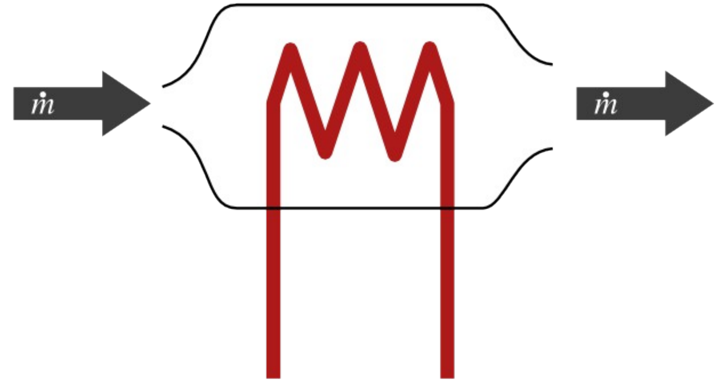
T

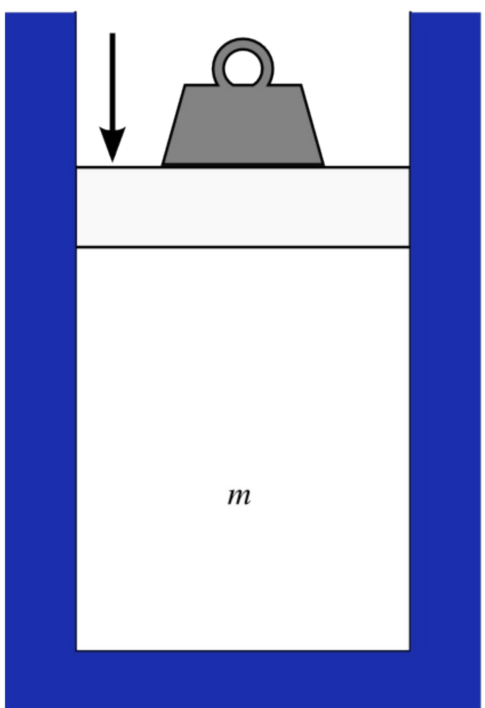
isobares

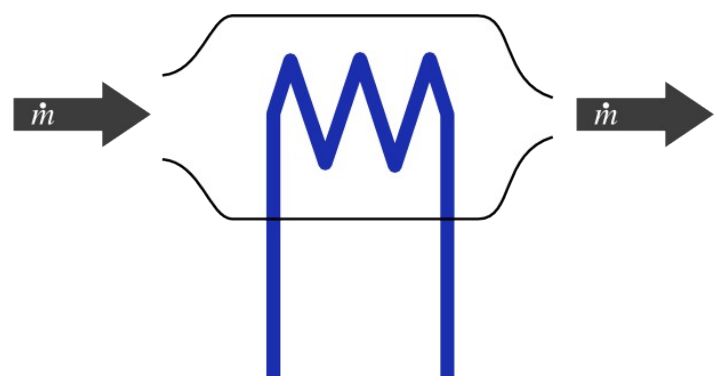
4.4.2 Évolutions à pression constante

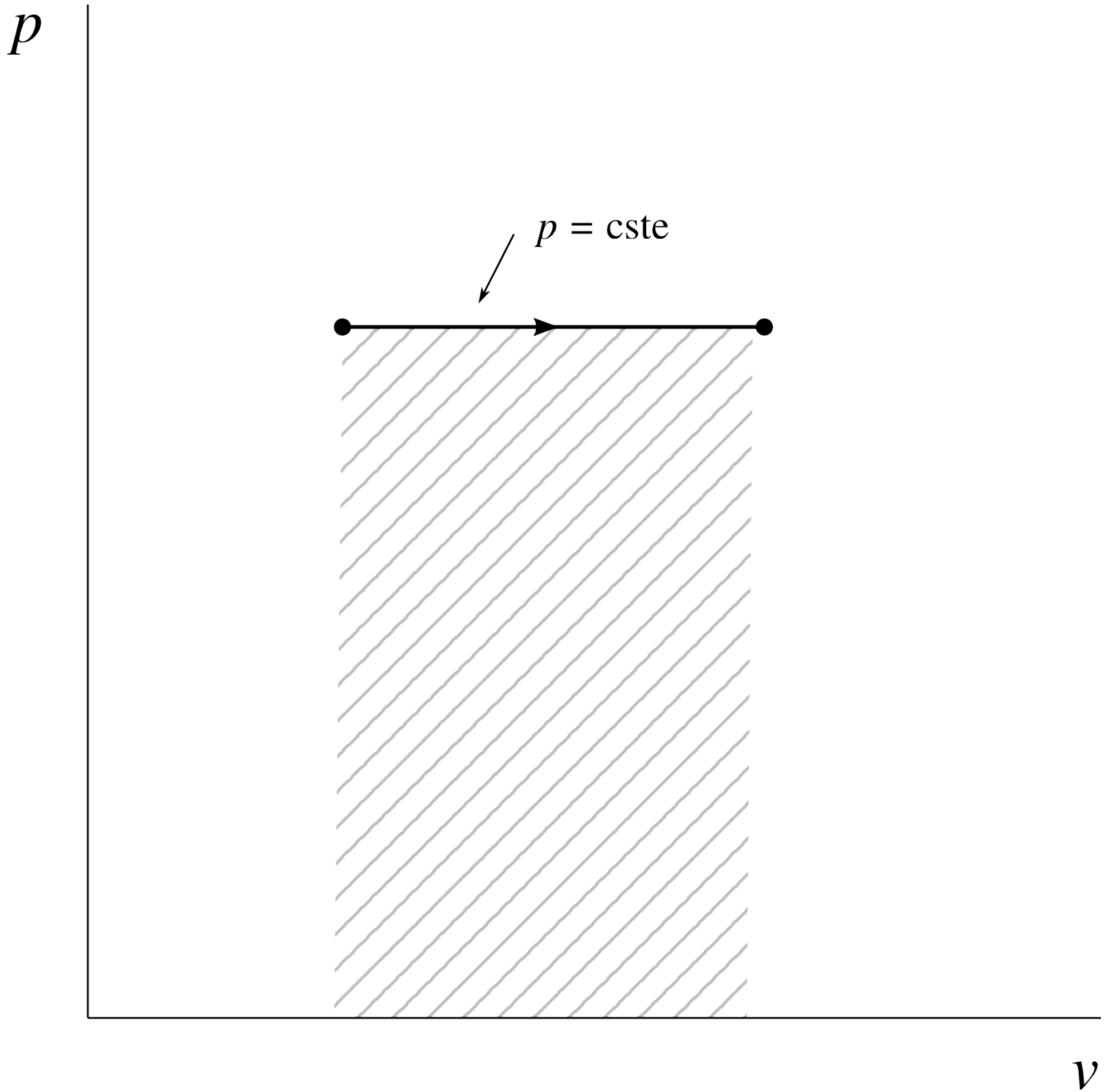
~ chapitre où ça va chauffer ~


m


ṁ
ṁ


m

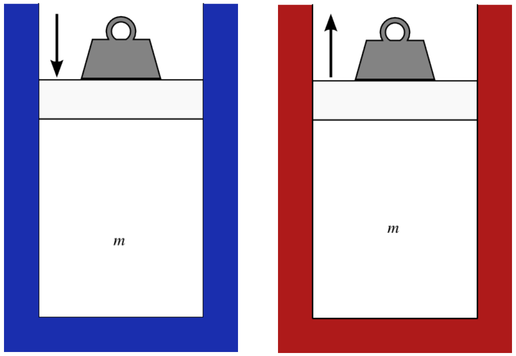

ṁ
ṁ



p
p = cste
v

Isobare (pression constante) ?

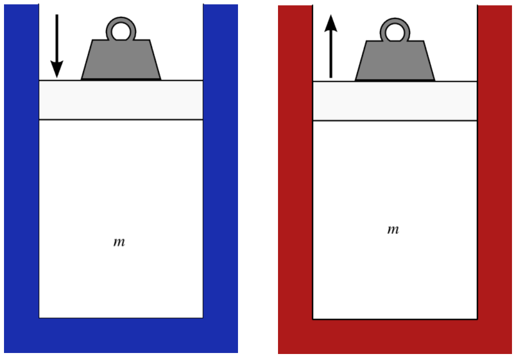
$$\frac{T}{v} = constante$$



$$w_{1\to 2} = -\int_1^2 p \, \mathrm{d}v$$

$$w_{1\to 2} = -p_{cste} \int_1^2 \mathrm{d}v = -p_{cste} \, \Delta v$$

$$w_{1\to 2} = -R \, \Delta T$$

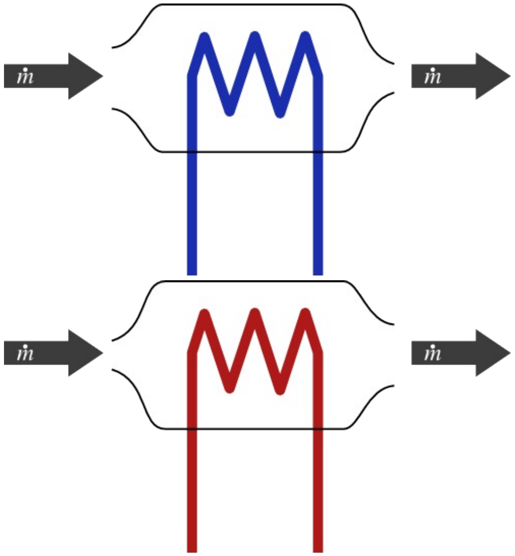


$$q_{1\to 2} = \Delta u - w_{1\to 2}$$

$$= \Delta u + p_{cste}\,\Delta v$$

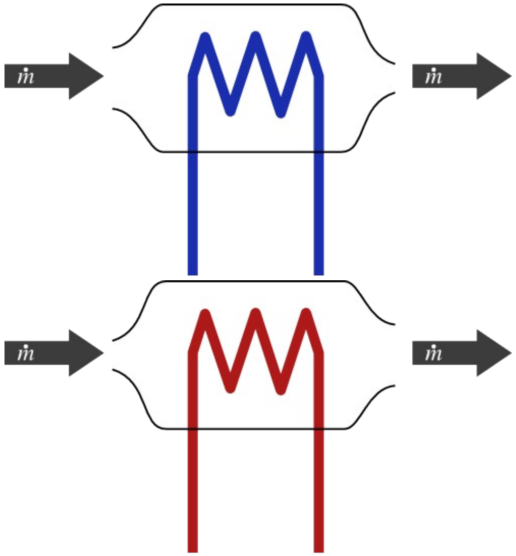
$$= \Delta h$$

$$q_{1\to 2} = c_p\,\Delta T$$



$$w_{1\to 2} = \int_1^2 v \, \mathrm{d}p$$

$$w_{1\to 2} = 0$$



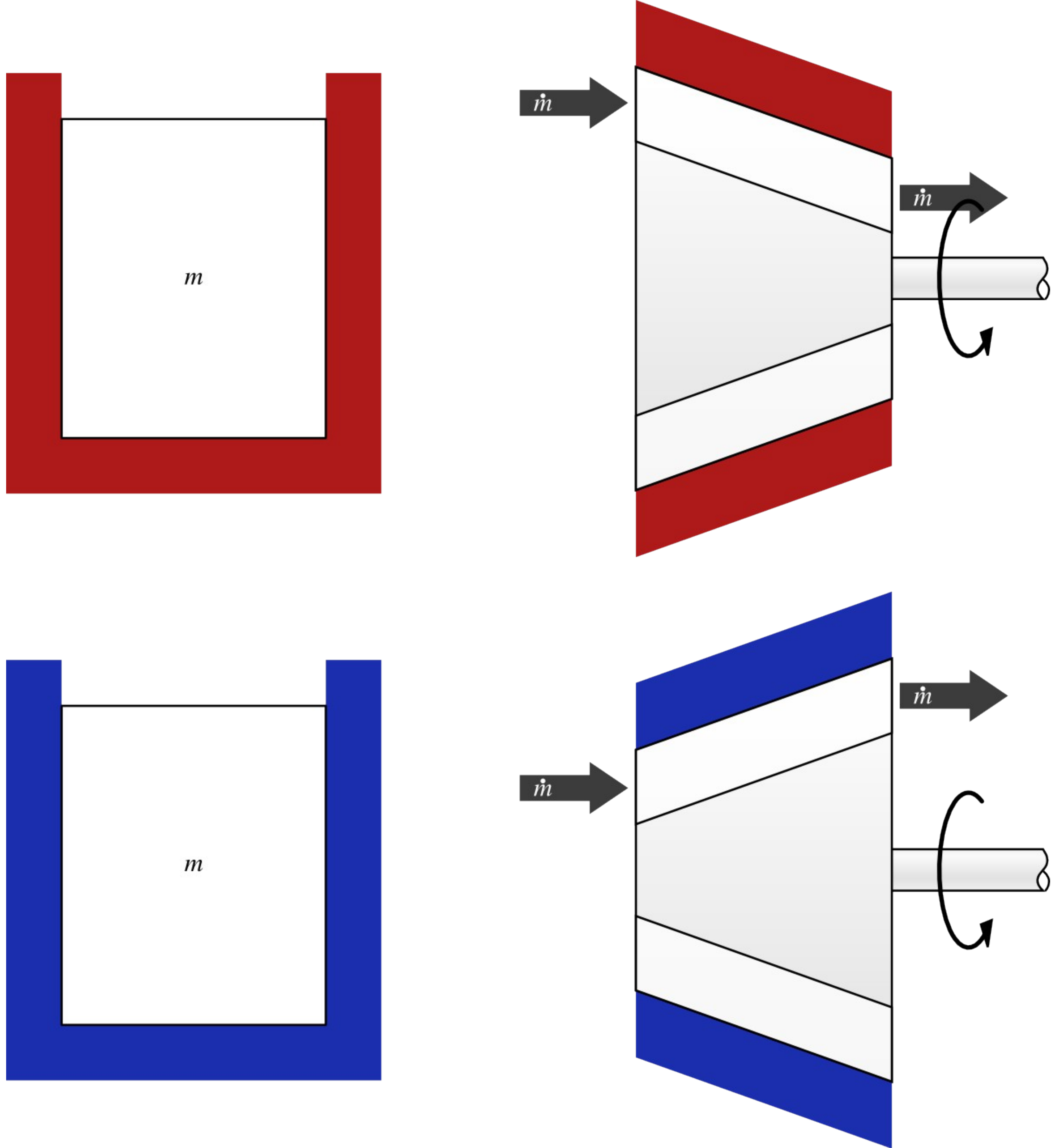
$$q_{1\to 2} = \Delta h - w_{1\to 2} = \Delta h$$

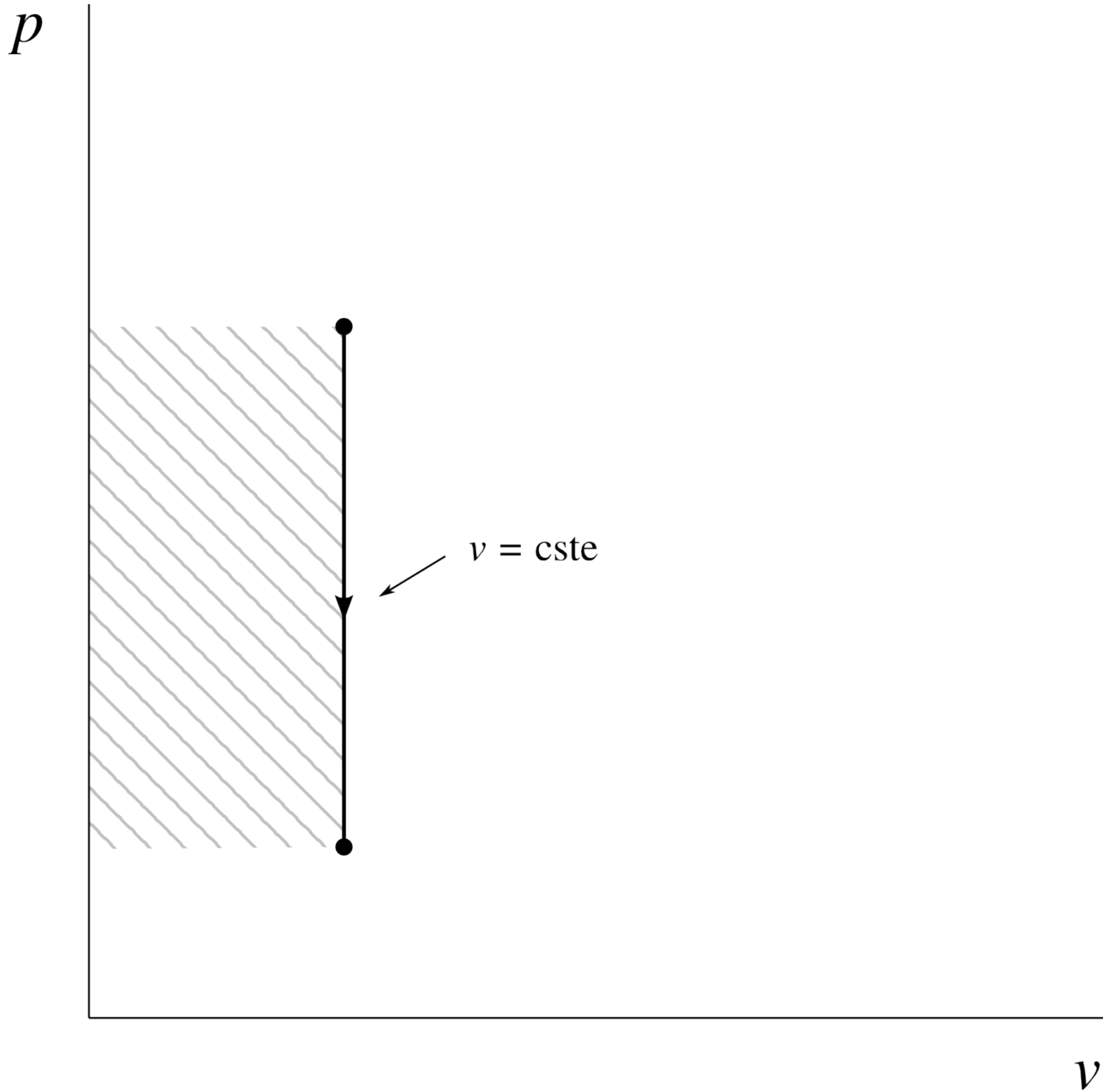
$$q_{1\to 2} = c_p \Delta T$$

isochores

4.4.3 Évolutions à volume constant

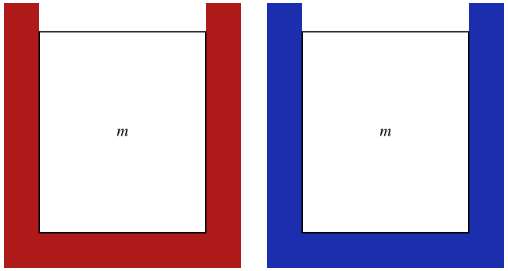
~ chapitre où l’on fait monter la pression ~


ṁ
ṁ
m
ṁ
ṁ
m


p
v = cste
v

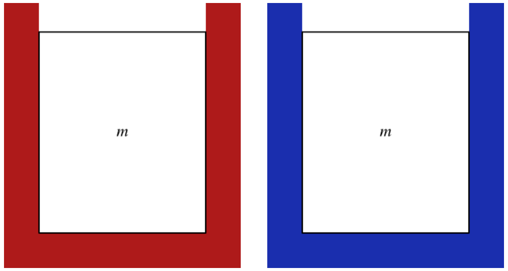
Isochore (volume constant) ?

$$\frac{T}{p} = constante$$



$$w_{1\to 2} = -\int_1^2 p \, \mathrm{d} v$$

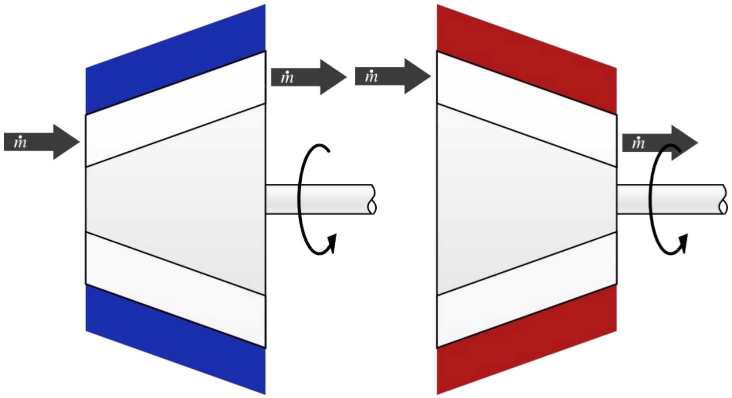
$$w_{1\to 2} = 0$$



$$q_{1\to 2} = \Delta u - w_{1\to 2}$$

$$= \Delta u$$

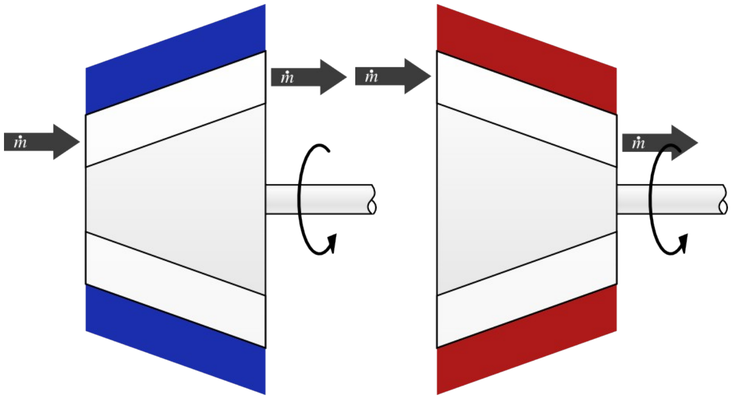
$$q_{1\to 2} = c_v \Delta T$$



$$w_{1\to2} = \int_1^2 v \, \mathrm{d}p = v_{cste} \int_1^2 \mathrm{d}p$$

$$= v_{cste} \int_1^2 \frac{R}{v_{cste}} \, \mathrm{d}T$$

$$w_{1\to2} = R \, \Delta T$$



$$q_{1\to 2} = \Delta h - w_{1\to 2} = c_p \Delta T - R \Delta T$$

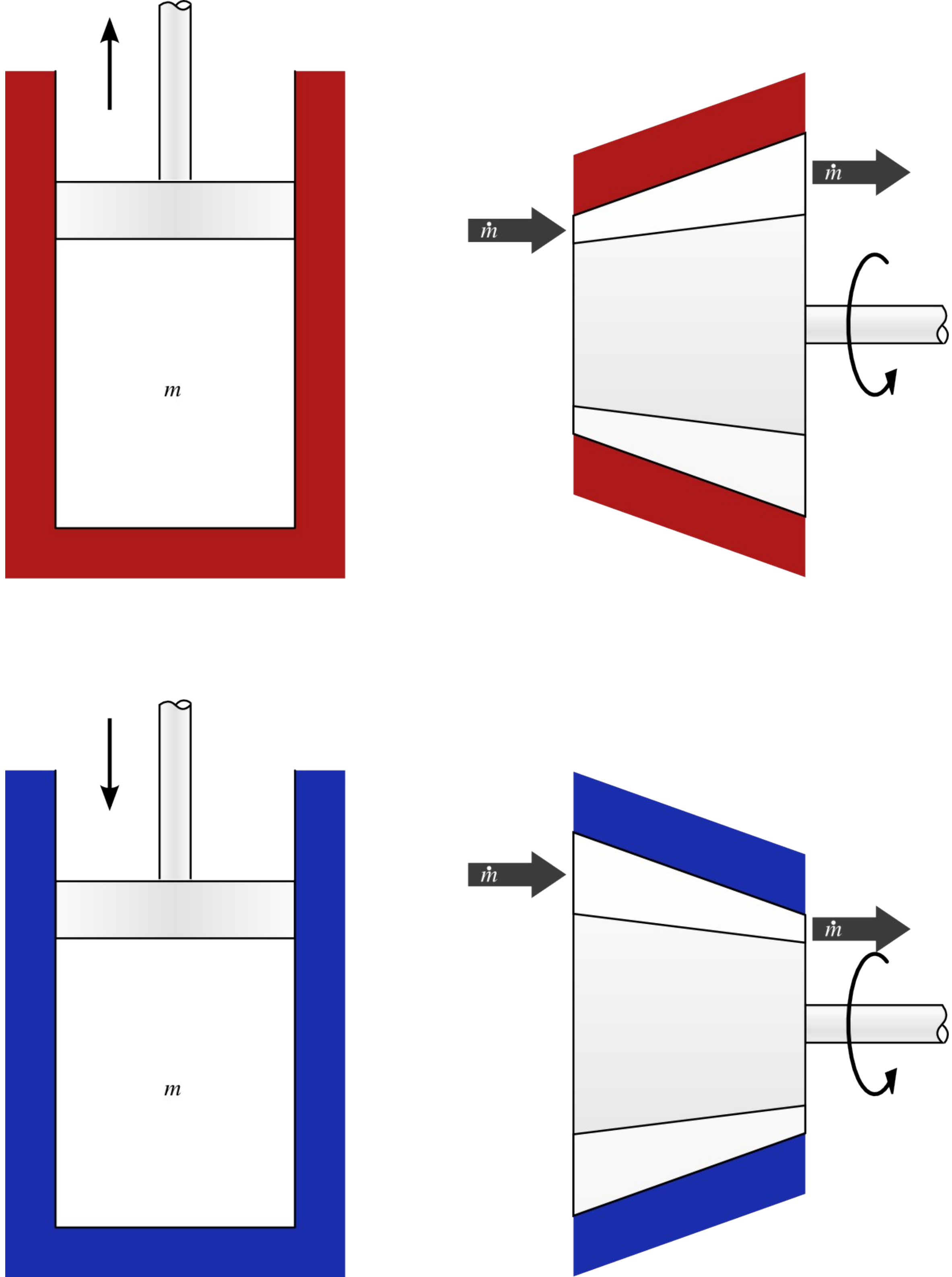
$$q_{1\to 2} = c_v \Delta T$$

isothermes

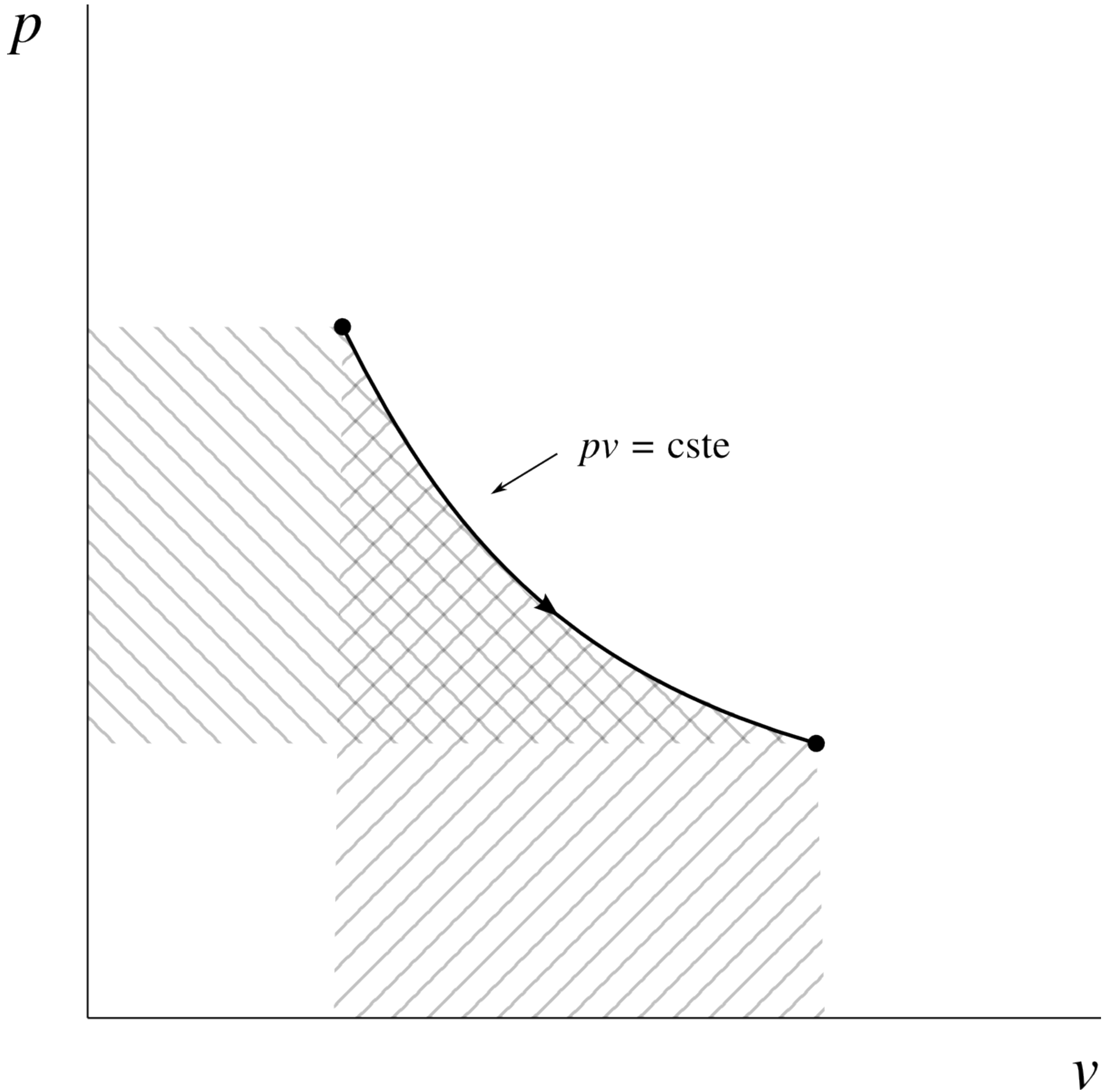
4.4.4 Évolutions à température constante

~ chapitre sans mauvais jeu de mots dans le sous-titre ~


CC by-sa Shalom Jacobovitz

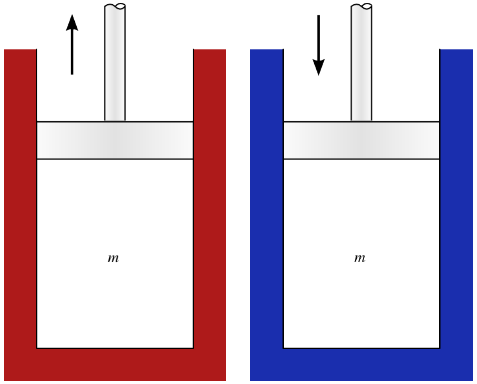


ṁ
ṁ
m
ṁ
ṁ
m


p
pv = cste
v

Isotherme (température constante) ?

$$p\ v\ =\ constante$$



$$w_{1\to2} = -\int_1^2 p \, \mathrm{d} v$$

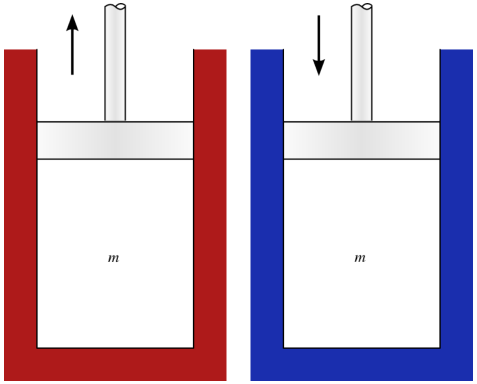
$$p = R \, T_{cste} \frac{1}{\nu}$$

$$= -\int_2^2 R \, T_{cste} \frac{1}{v} \, \mathrm{d} \nu$$

$$= -R \, T_{cste} \left[\ln \nu\right]_{\nu_1}^{\nu_2}$$

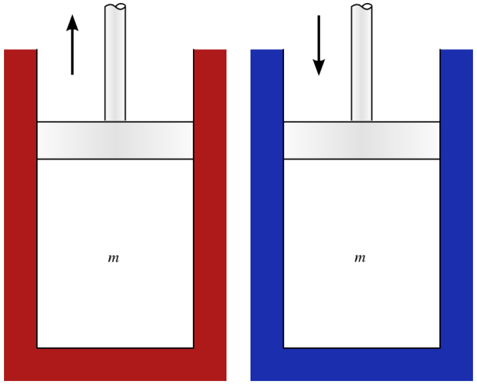
$$w_{1\to2} = R \, T_{cste} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

(4/26)



$$w_{1\to2} = R\,T_{cste}\,\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

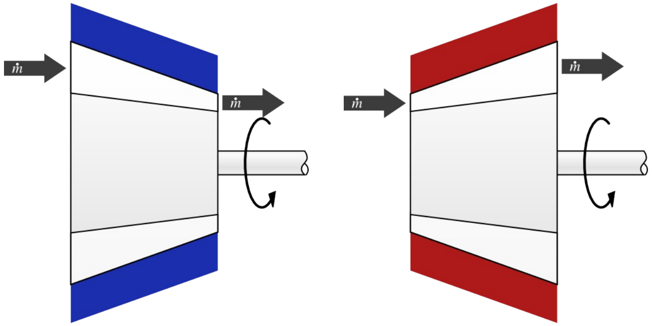
$$w_{1\to2} = R\,T_{cste}\,\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$



$$q_{1\to 2} = \Delta u - w_{1\to 2}$$

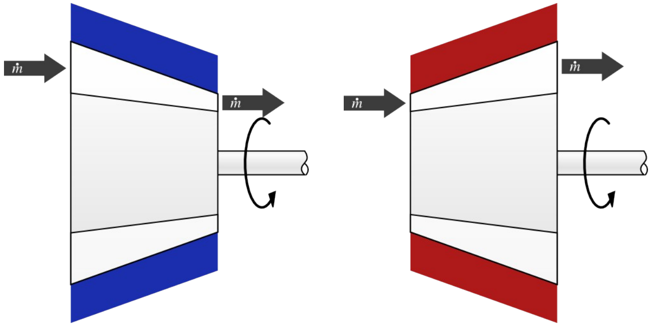
$$= 0 - w_{1\to 2}$$

$$q_{1\to 2} = -w_{1\to 2}$$



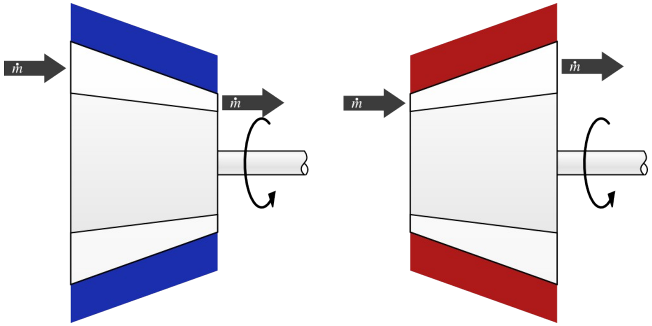
$$w_{1\rightarrow 2} = \int_1^2 v \, \mathrm{d}p$$

$$w_{1\rightarrow 2} = \dots$$



$$w_{1\to 2} = R\,T_{cste}\,\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

$$w_{1\to 2} = R\,T_{cste}\,\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$



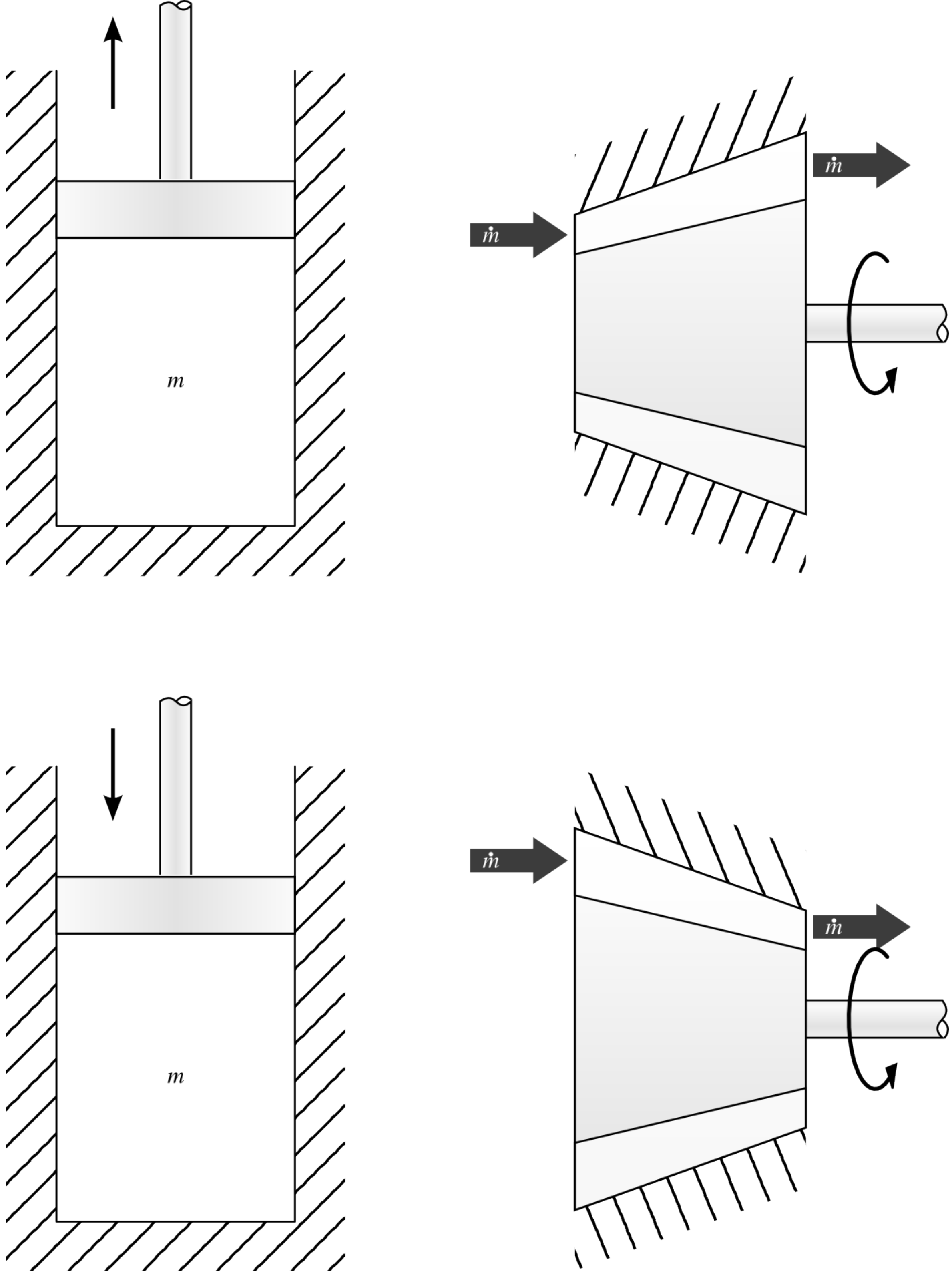
$$q_{1\rightarrow 2} = \Delta h - w_{1\rightarrow 2}$$

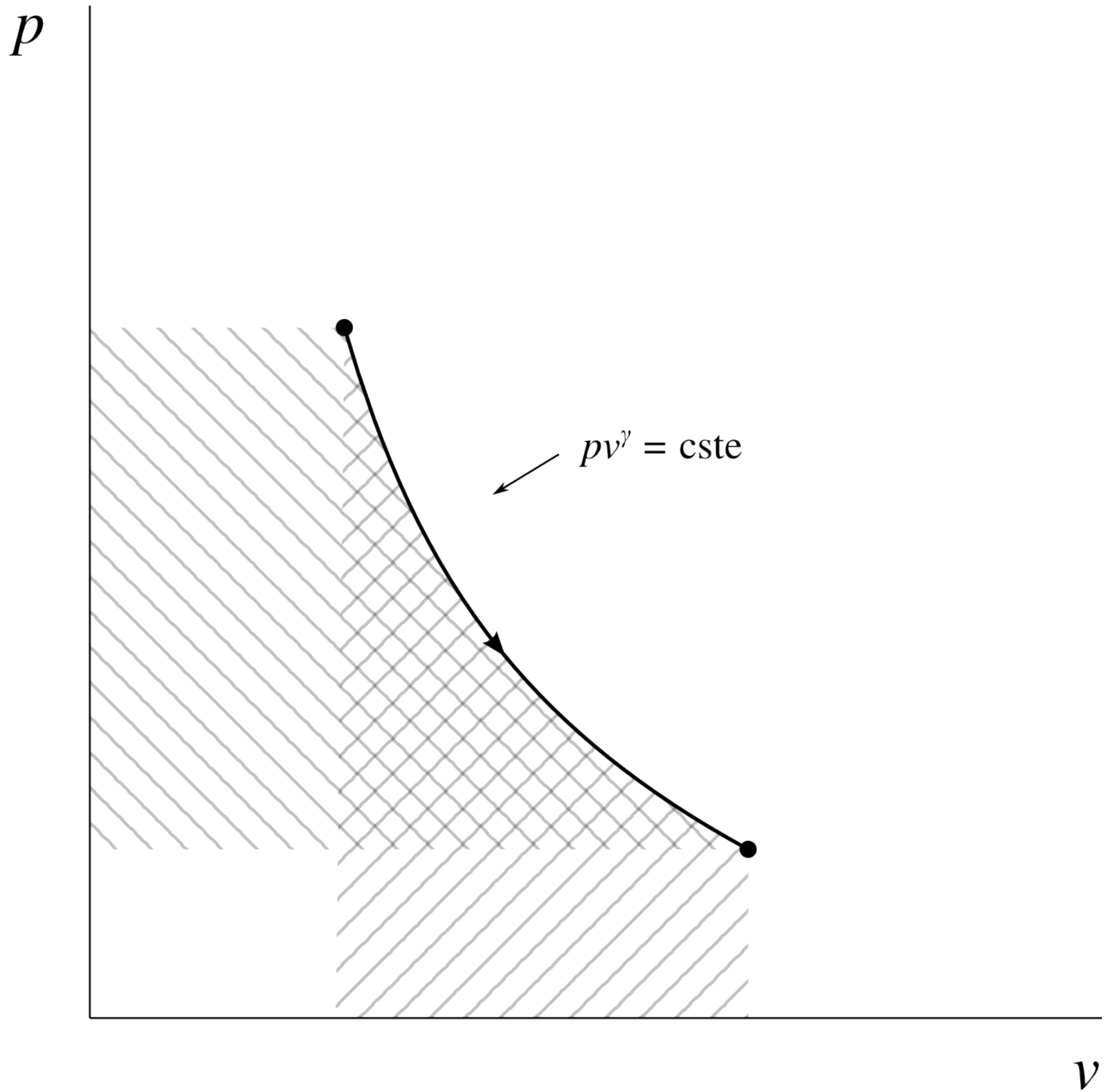
$$= 0 - w_{1\rightarrow 2}$$

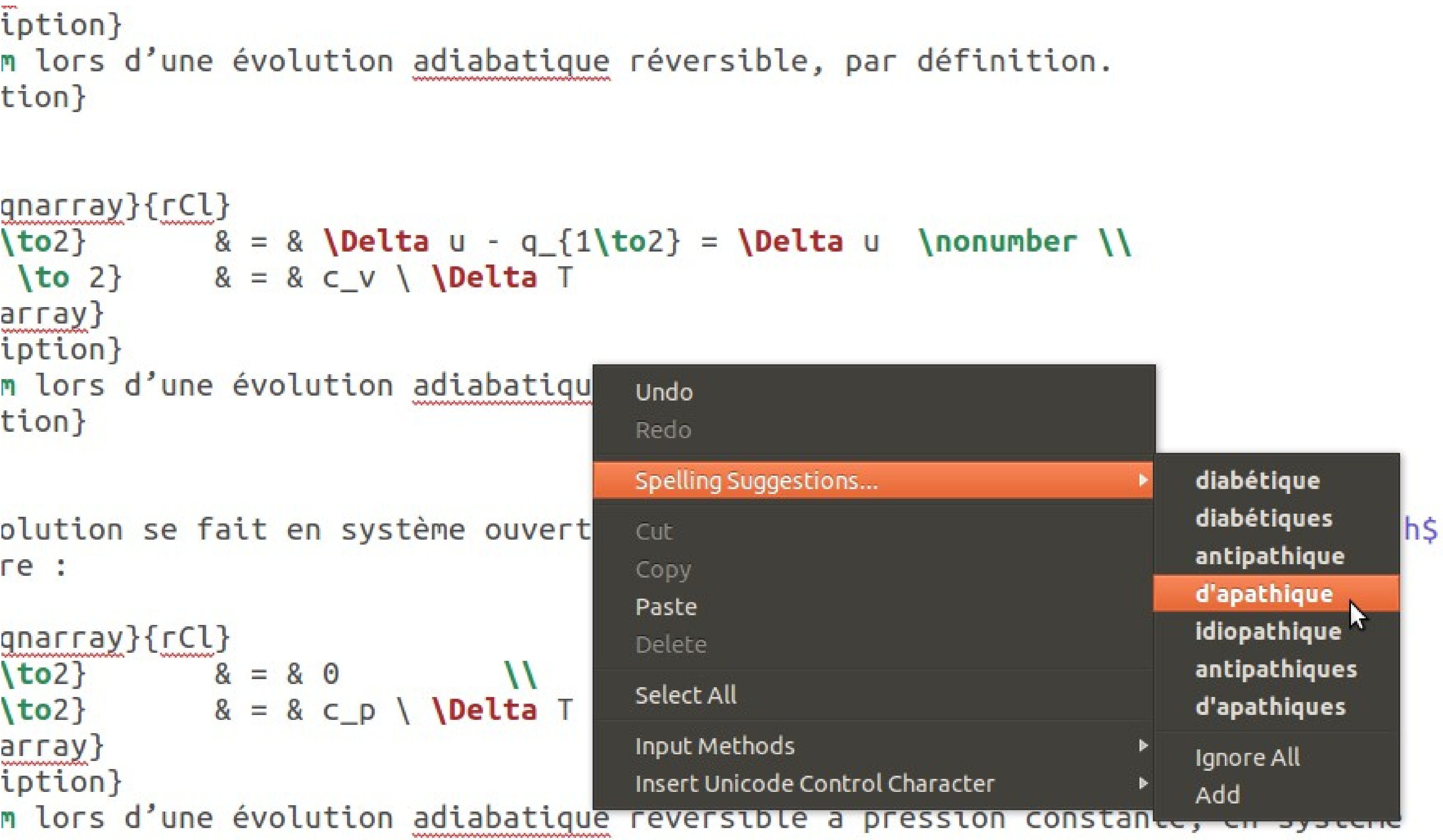
$$q_{1\rightarrow 2} = -w_{1\rightarrow 2}$$

isentropiques

4.4.5 Évolutions adiabatiques réversibles

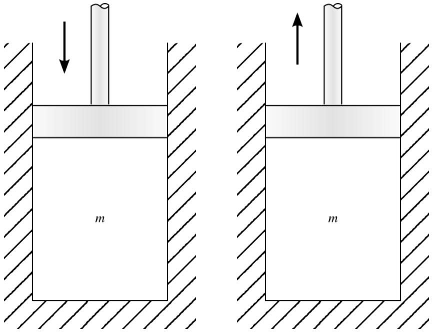

m
ṁ
ṁ
m
ṁ
ṁ


p
pv^γ = cste
v

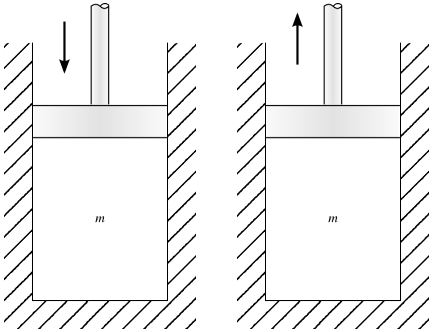

iption}
m lors d'une évolution adiabatique réversible, par définition.
tion}
gnarray}{rCl}
\to2} & = & \Delta u - q_{1\to2} = \Delta u \nonumber \\
\to 2} & = & c_v \ \Delta T
array}
iption}
m lors d'une évolution adiabatiqu
tion}
olution se fait en système ouvert
re :
gnarray}{rCl}
\to2} & = & 0 \\
\to2} & = & c_p \ \Delta T
array}
iption}
m lors d'une évolution adiabatique réversible à pression constante, en système
h$,
Undo
Redo
Spelling Suggestions...
Cut
Copy
Paste
Delete
Select All
Input Methods
Insert Unicode Control Character
diabétique
diabétiques
antipathique
d'apathique
idiopathique
antipathiques
d'apathiques
Ignore All
Add

Adiabatique réversible (« isentropique ») ?

$$T\ ,\ p\ ,\ v\ ?$$

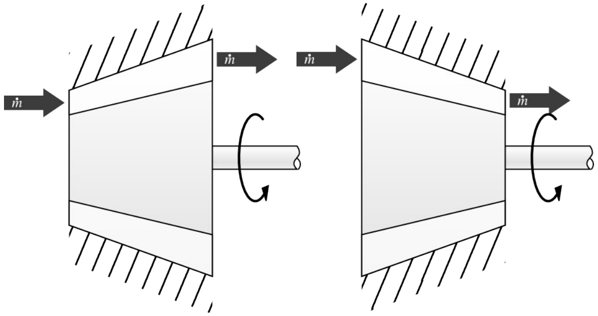


$$q_{1 \rightarrow 2} = 0$$



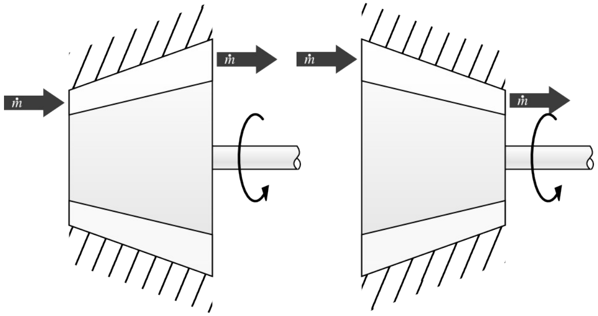
$$w_{1\to 2} = \Delta u - q_{1\to 2} = \Delta u - 0$$

$$w_{1\to 2} = c_v \, \Delta T$$



$$q_{1 \rightarrow 2} = 0$$

(4/33)

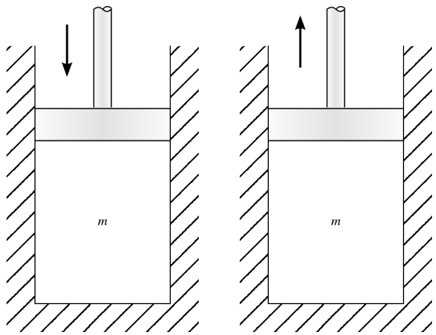


$$w_{1\rightarrow 2} = \Delta h - q_{1\rightarrow 2} = \Delta h - 0$$

$$w_{1\rightarrow 2} = c_p \Delta T$$

Adiabatique réversible (« isentropique ») ?

$$T\ ,\ p\ ,\ v\ ?$$



$$dq = du - dw = 0$$

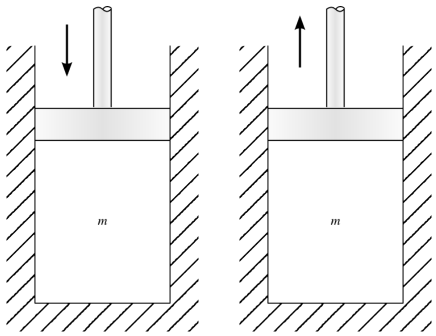
$$du + p\,d\nu = 0$$

$$p = RT/\nu$$

$$du = c_\nu\,dT$$

$$c_\nu\,dT + \frac{RT}{\nu}\,d\nu = 0$$

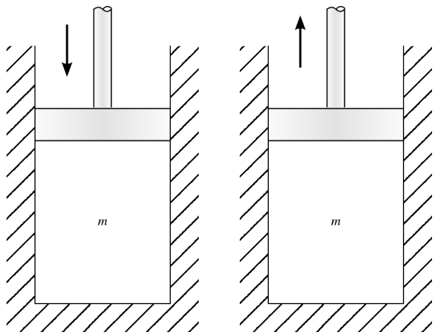
$$\frac{1}{T}\,dT + \frac{R}{c_\nu}\frac{1}{\nu}\,d\nu = 0$$



$$\frac{1}{T}\,dT + \frac{R}{c_v}\frac{1}{v}\,dv = 0$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{c_v}\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = 0$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{R}{c_v}} = 0$$

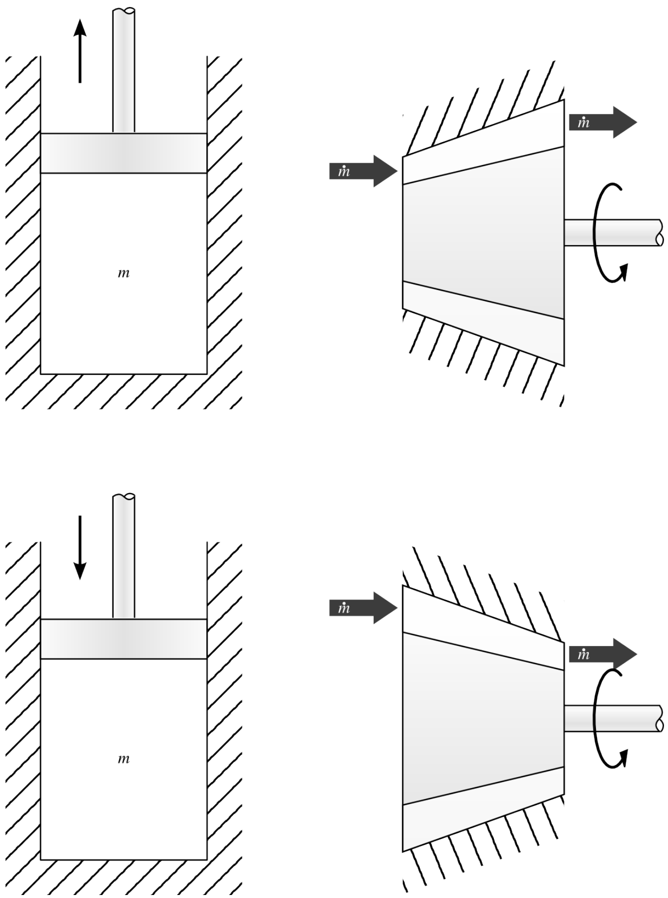


$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{R}{c_v}}$$

$$R = c_p - c_v \qquad \gamma = c_p / c_v$$

$$\frac{R}{c_v} = \gamma - 1$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma - 1}$$



$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma}$$

(4/36) (4/37) (4/38)

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma}$$

$$p\, v^{\gamma} = constante$$

Adiabatique réversible (« isentropique ») ?

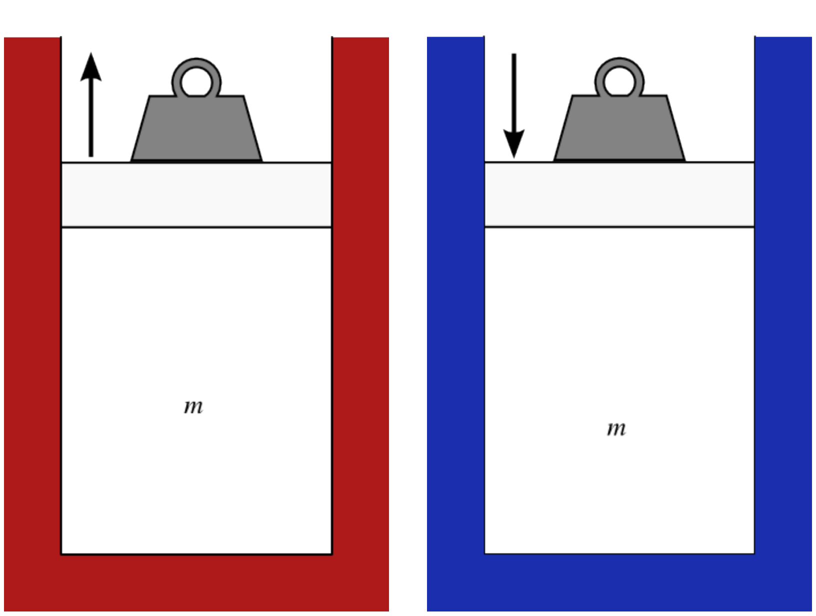
$$p\,v^{\gamma} = constante$$

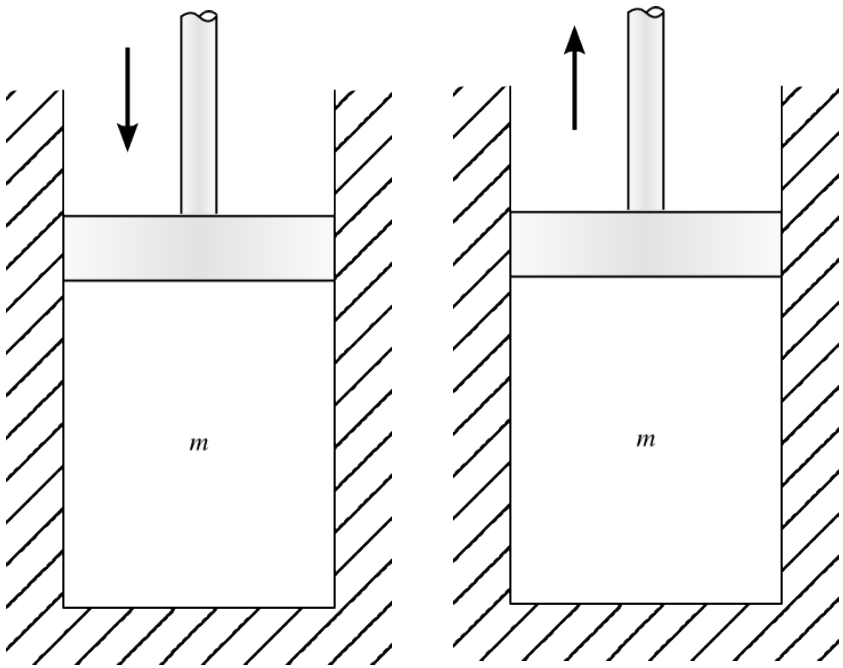
W

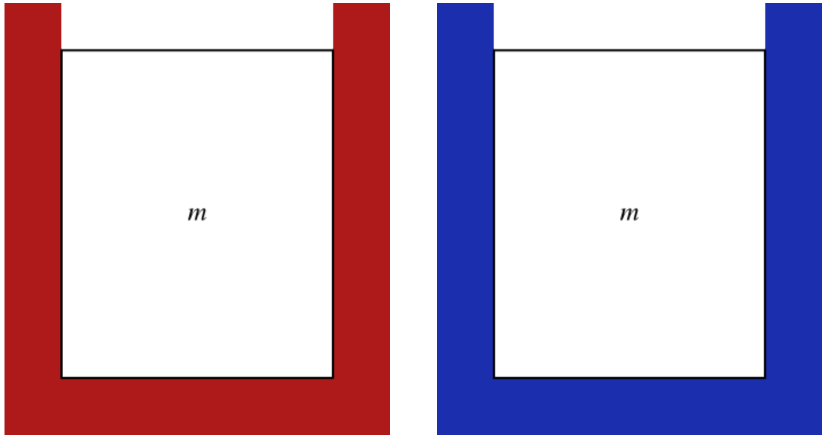
Q

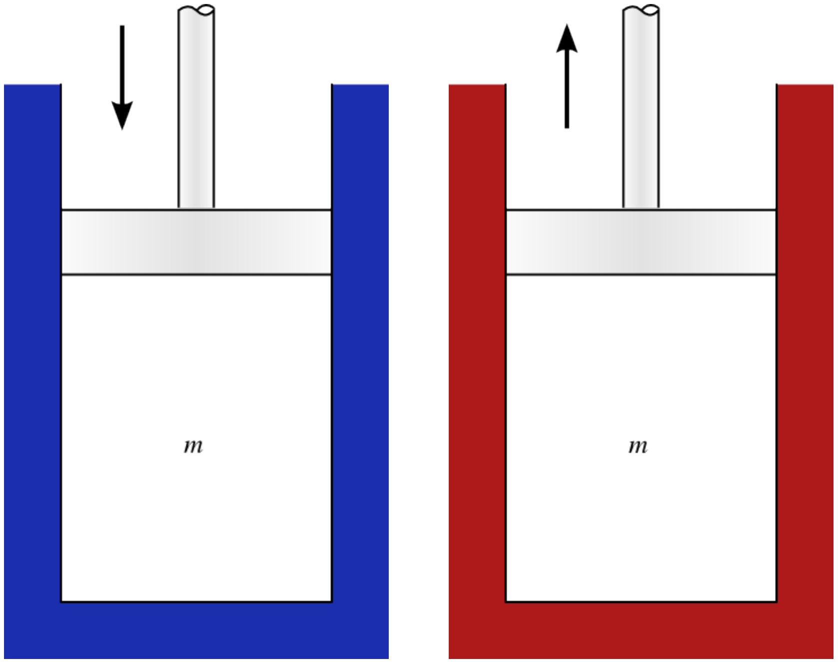
T

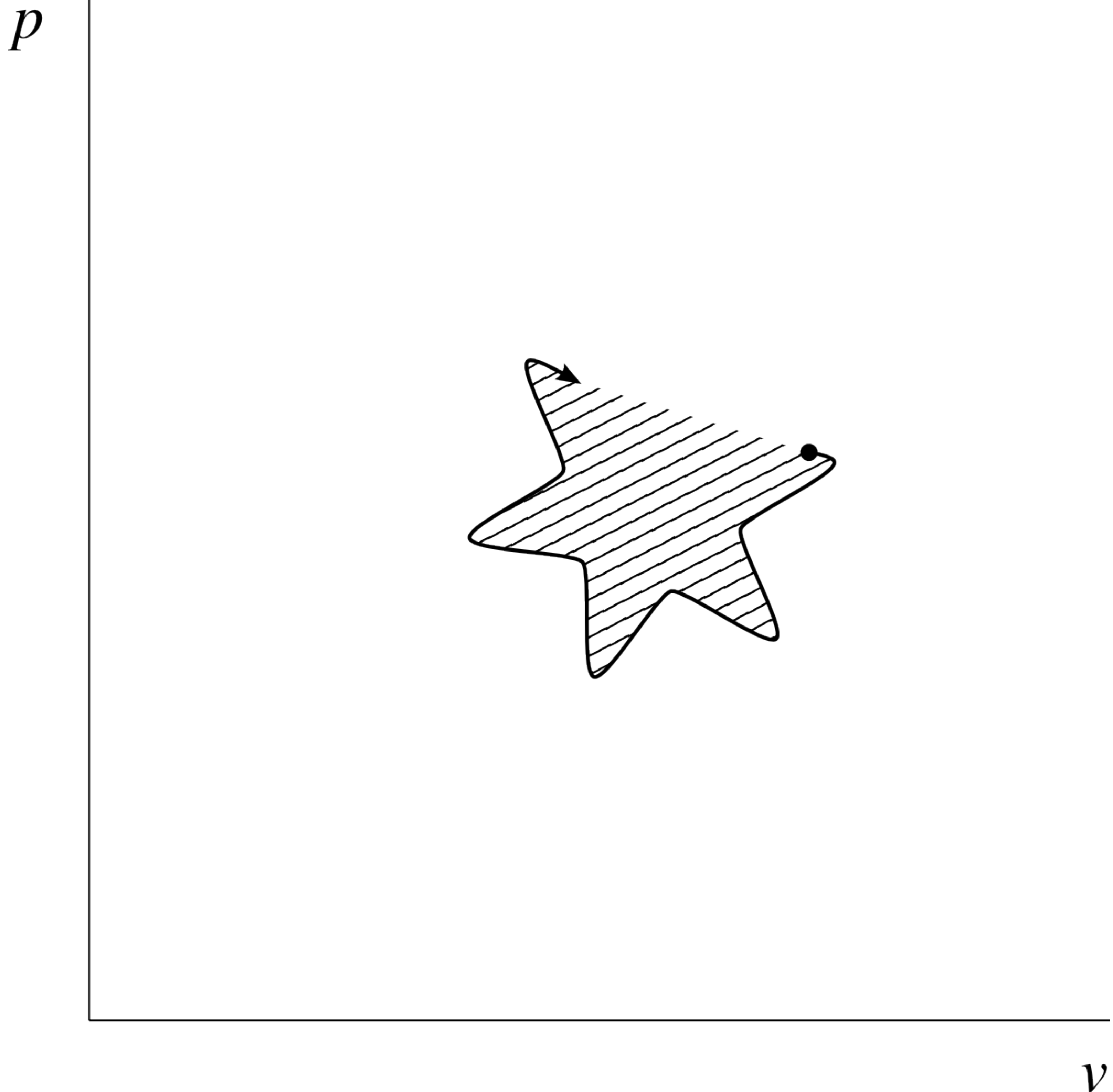
4.4.6 Évolutions arbitraires

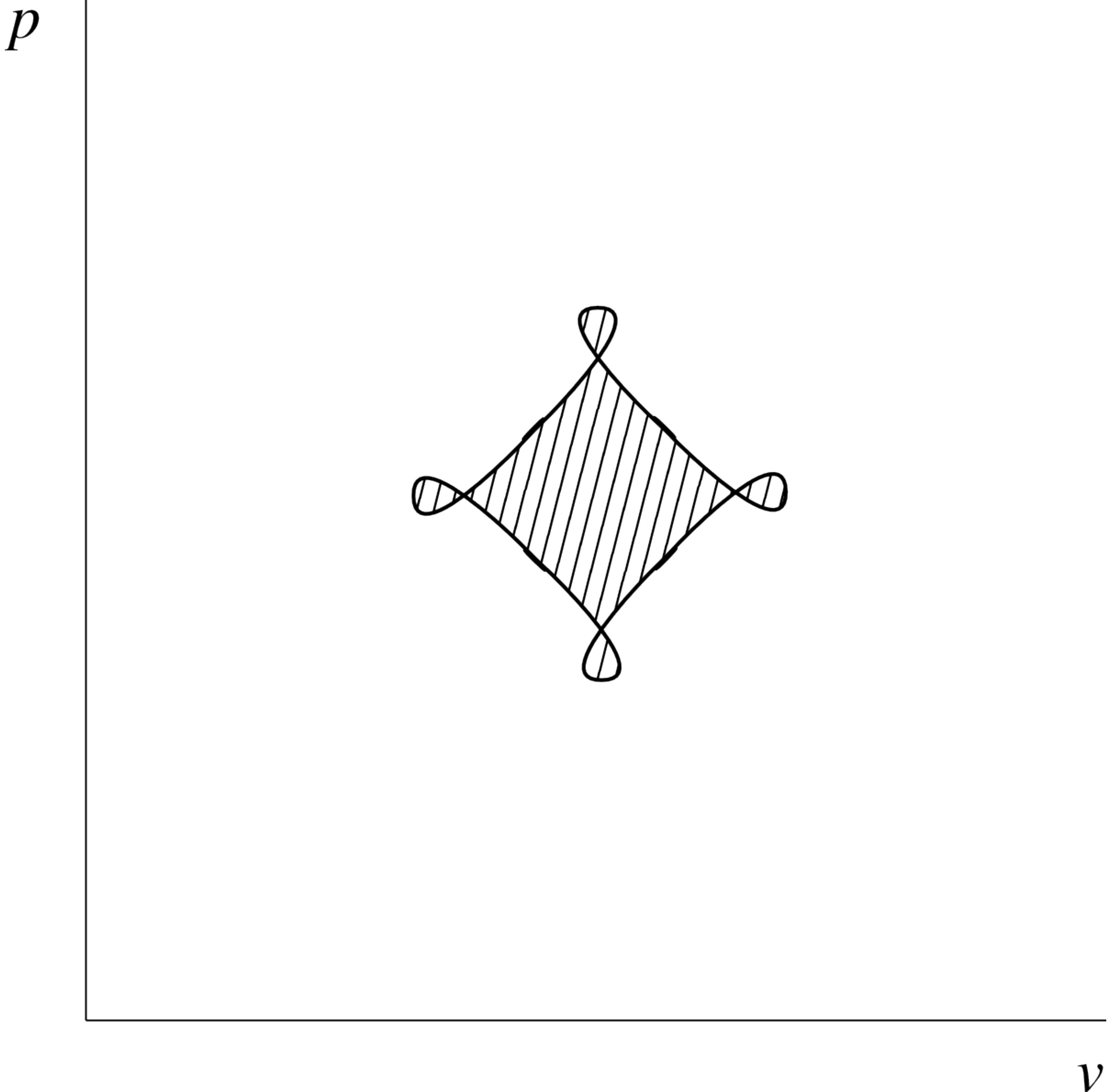

m
m

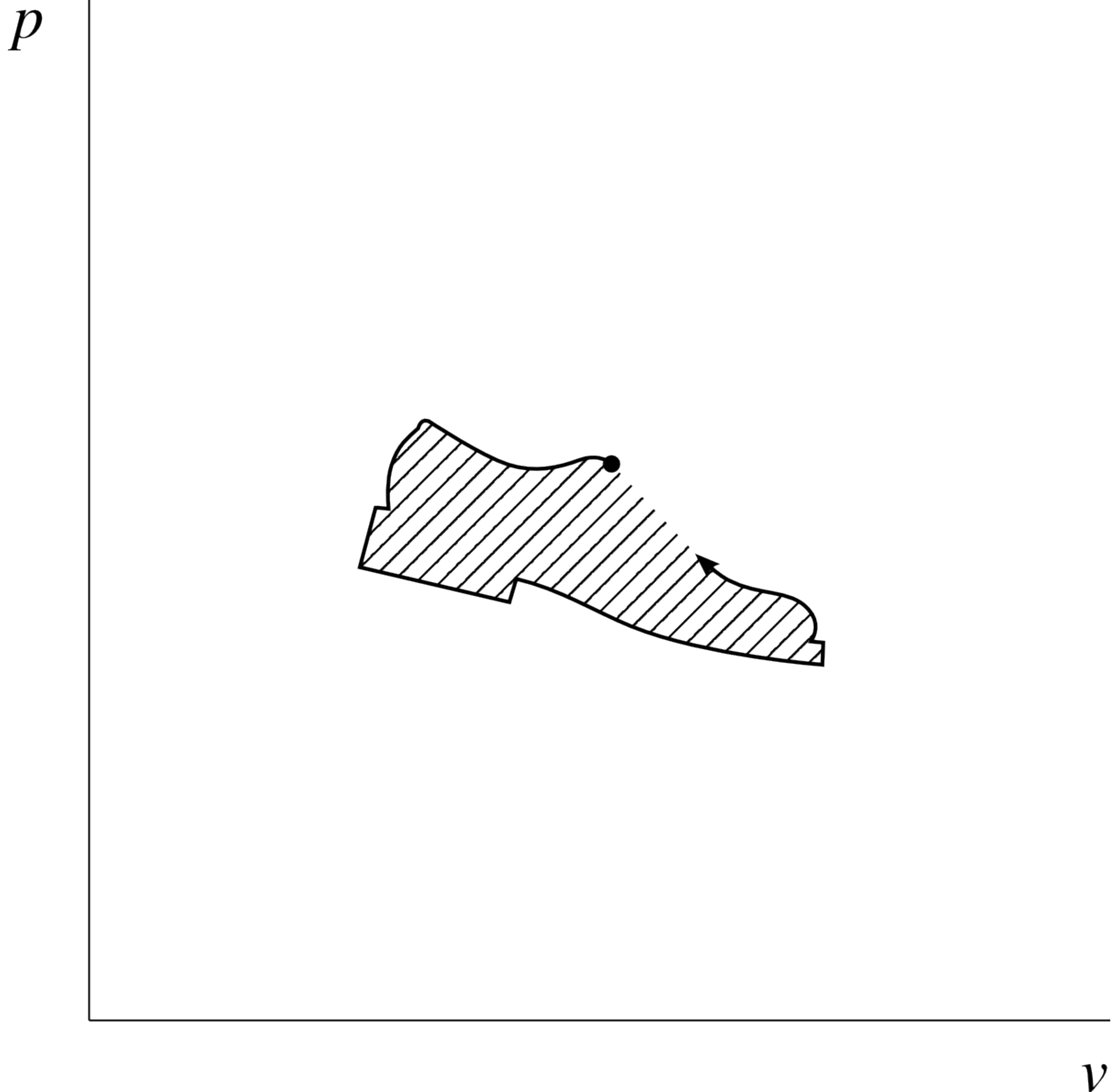

m
m

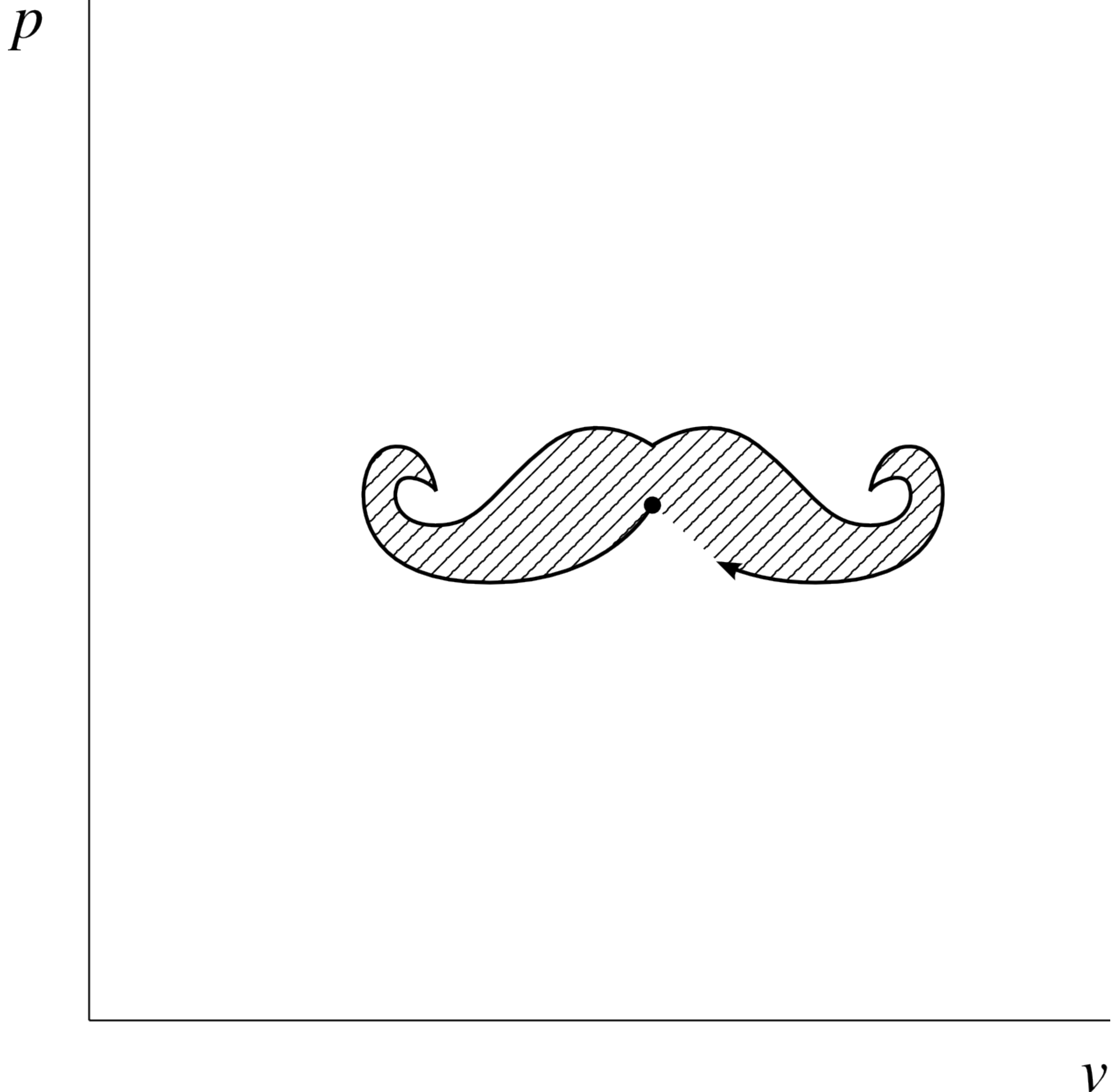

m
m

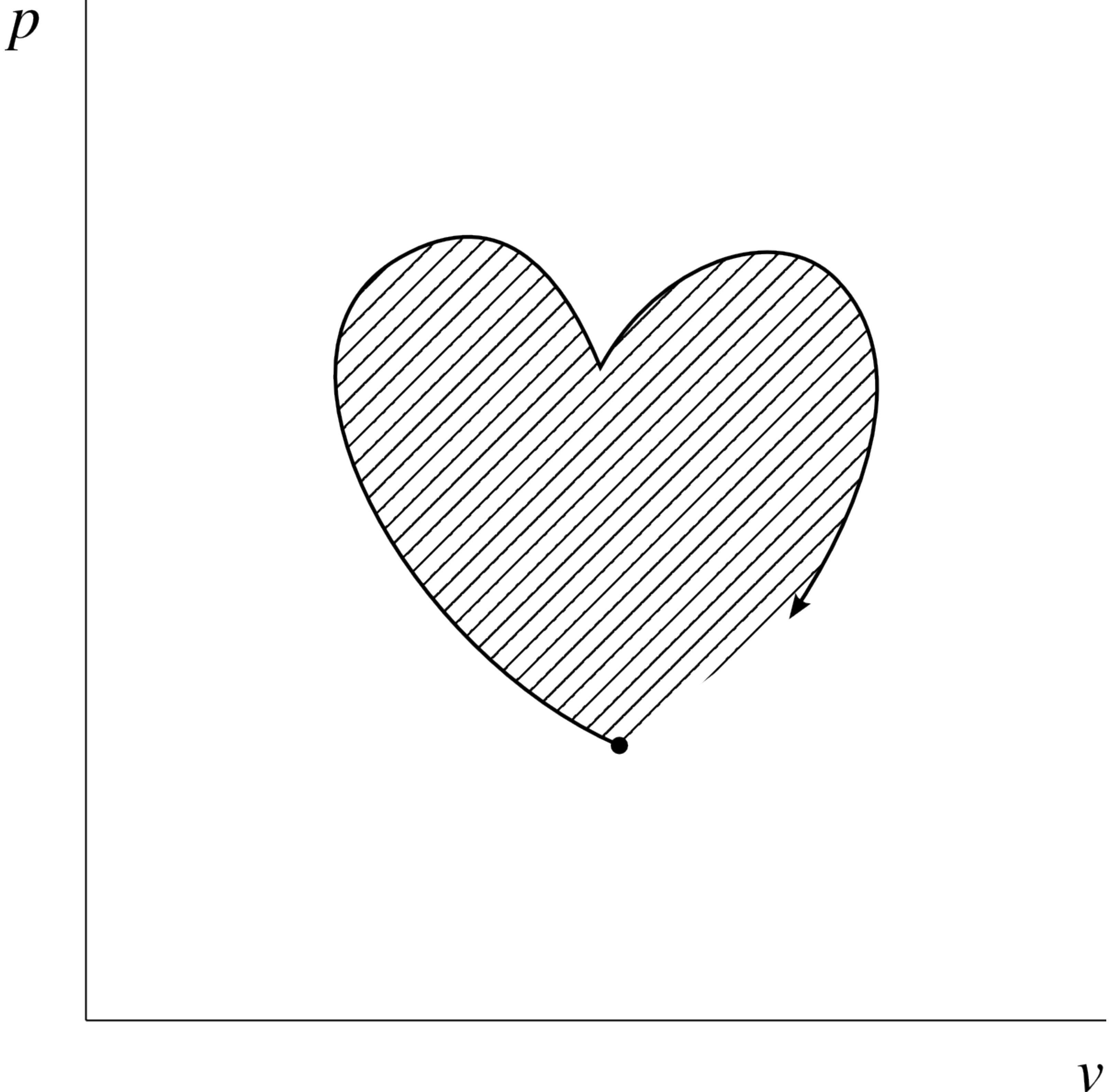

m
m


p
v


p
v


p
v


p
v



p
v